

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

1. Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia/epätosia? Jos väite on tosi, pelkkä toteaminen todeksi riittää. Jos väite on epätosi, anna lisäksi lyhyt perustelu.

- (a) Kaikilla kompleksiluvuilla $z \in \mathbb{C}$ pätee $|z - 1| = |\bar{z} - 1|$.
- (b) Kaikilla kompleksiluvuilla $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ pätee $\arg(-z) = -\arg z$.
- (c) Kaikilla kompleksiluvuilla $z \in \mathbb{C}$ pätee $\bar{z}^2 = z^2$.

2. Tutkitaan ehdon

$$z \mapsto \frac{|z| + z}{2}$$

määääääää kompleksimuuttujan funktiota f . Määää ne kompleksitason pisteet, joissa

- (a) Cauchy-Riemannin yhtälöt ovat voimassa,
- (b) f on derivoituva ja määää $f'(z)$,
- (c) f on analyyttinen.

3. Kiinnitä jokin logaritmifunktion $z \mapsto \log z$ jatkuva haara f ja määää joukon

- (a) $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z < 0\}$,
- (b) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = e^{\frac{1}{n}}, n = 1, 2, \dots \text{ ja } \operatorname{Im} z > 0\}$

kuvajoukko kuvauksessa f . Piirrä kuva.