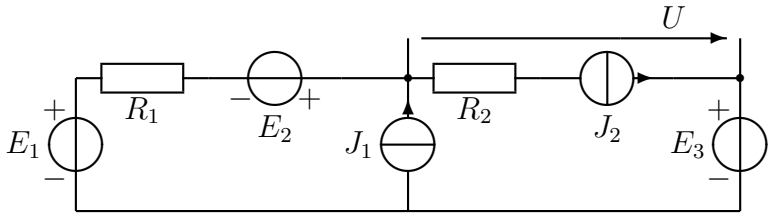
S-55.1100 SÄHKÖTEKNIIKKA JA ELEKTRONIIKKA

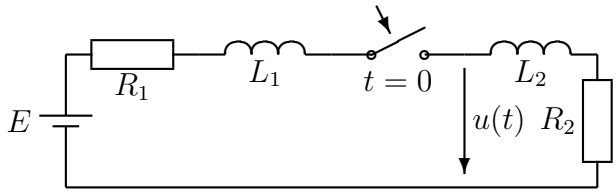
Kimmo Silvonen

1. välikoe 22.10.2012. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**
Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä sovittava valvojan kanssa!]

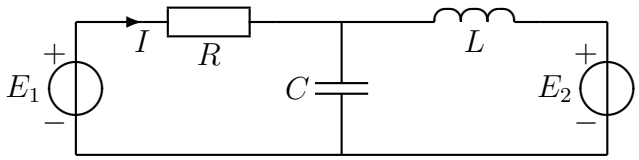
1. Laske jännite U. $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 4$ V, $E_3 = 5$ V, $J_1 = 2$ A, $J_2 = 5$ A.



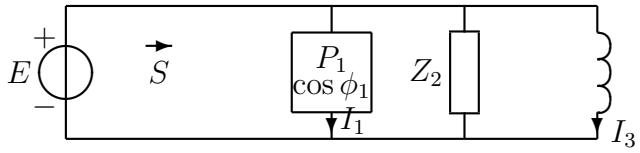
2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske jännite $u(t)$. $E = 5$ V, $L_1 = 3$ H, $L_2 = 2$ H, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$.



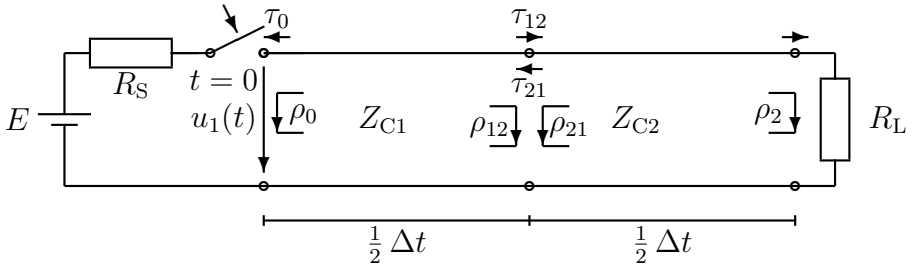
3. Laske virta I. $R = 1\ \Omega$, $L = 0{,}2$ H, $C = 0{,}1$ F, $\omega = 10\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10\text{j}$ V, $E_2 = 20 - 10\text{j}$ V.



4. Laske jännitelähteestä otettu kompleksinen teho S, kun kuormana on kolme laitetta kuvan mukaisesti. $I_1 = \sqrt{5}\angle 0°$ A, $Z_2 = (40 + \text{j}20)\ \Omega$, $I_3 = 1\angle -26{,}6°$ A, $E = 100\angle 63{,}4°$ V.



5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1-4 pois! Kun aalto tulee siirtojohdolta toiselle siirtojohdolle tai vastukseen, tarvitaan läpäisykerrointa $\tau = 1 + \rho$. Laske jännite $u_1(\infty)$ (tai likiarvo) edestakaisten heijastusten jälkeen. $E = 12$ V, $R_\text{S} = 50\ \Omega$, $Z_\text{C1} = 50\ \Omega$, $Z_\text{C2} = 75\ \Omega$, $R_\text{L} = 100\ \Omega$.



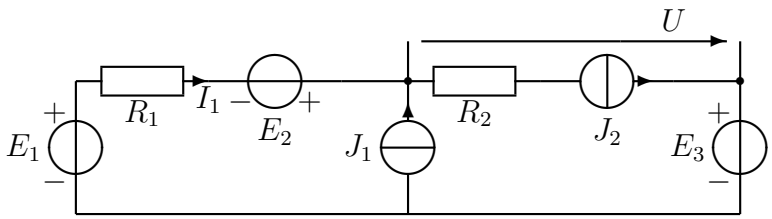
Tämän välikokeen **voi uusia** to 20.12.2012. Tulokset tullevat **Noppaan** huomenna. Anna anonyymiä **kurssipalautetta** Oodissa! Autat kehittämään opetusta. Jos palautteita tulee yli 113 kpl (50 %), kaikki saavat yhden lisäpisteen!

S-55.1100 SÄHKÖTEKNIIKKA JA ELEKTRONIIKKA

Kimmo Silvonen

1. välikoe 22.10.2012. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**
Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä sovittava valvojan kanssa!]

1. Laske jännite U. $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 4$ V, $E_3 = 5$ V, $J_1 = 2$ A, $J_2 = 5$ A.

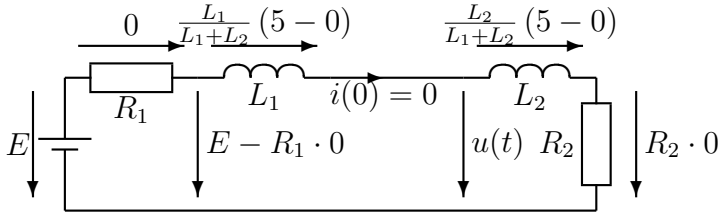


$$I_1 + J_1 = J_2 \Rightarrow I_1 = J_2 - J_1 = 3 \tag{1}$$

$$-E_1 + R_1 I_1 - E_2 + U + E_3 = 0 \Rightarrow U = E_1 - R_1 I_1 + E_2 - E_3 = 3\ \mathrm{V} \tag{2}$$

Huom! Kahden pisteen välinen jännite ei ole koskaan nolla, ellei johdin yhdistä pisteitä (poikkeuksena operaatiovahvistin ja mm. 3-v-järjestelmän tähtipisteet)! Yhdessä johtimessa kulkee vain yksi virta (poikkeuksena kerrostamismenetelmä ja siirtojohdon yksittäiset aallot)! Ja tosiaan, $\frac{E}{R}$ on aina väärin, Ohmin laissa U ei ole koskaan E!

2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske jännite $u(t)$. $E = 5$ V, $L_1 = 3$ H, $L_2 = 2$ H, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$. Kuvassa alkutilanne ($t = 0^+$):



$$-E + u_{\mathrm{R1}} + u_{\mathrm{L1}} + u_{\mathrm{L2}} + u_{\mathrm{R2}} = 0 \tag{3}$$

$$-E + (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + (R_1 + R_2)i = 0 \tag{4}$$

$$i(t) = B + A\mathrm{e}^{-t/\tau} \tag{5}$$

$$-E + (L_1 + L_2)\left(0 + A\,\frac{-1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\right) + (R_1 + R_2)(B + A\mathrm{e}^{-t/\tau}) = 0 \tag{6}$$

$$\underbrace{-E + (R_1 + R_2)B}_{=0} + \underbrace{\left(-(L_1 + L_2)\frac{A}{\tau} + (R_1 + R_2)A\right)}_{=0}\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0 \tag{7}$$

Yhtälön on oltava voimassa kaikilla positiivisilla t:n arvoilla!

$$B = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0{,}5 \qquad \tau = \frac{L_1 + L_2}{R_1 + R_2} = 0{,}5 \tag{8}$$

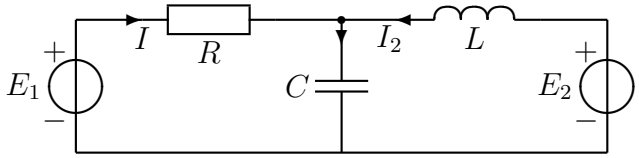
$$i(0) = I_{\mathrm{L0}} = 0 = B + A\underbrace{\mathrm{e}^{-0/\tau}}_{1} = B + A \Rightarrow A = -B \tag{9}$$

$$u = u_{\mathrm{L2}} + u_{\mathrm{R2}} = L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R_2 i \tag{10}$$

$$u = L_2\,A\,\frac{-1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + R_2(B + A\mathrm{e}^{-t/\tau}) \tag{11}$$

$$u(t) = R_2 B + A\left(R_2 - \frac{L_2}{\tau}\right)\mathrm{e}^{-t/\tau} = \left(3 - \mathrm{e}^{-2t}\right)\ \mathrm{V} \tag{12}$$

3. Laske virta I. $R = 1\ \Omega$, $L = 0{,}2$ H, $C = 0{,}1$ F, $\omega = 10\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10\text{j}$ V, $E_2 = 20 - 10\text{j}$ V.



$$-E_1 + RI + \frac{1}{\text{j}\omega C}(I + I_2) = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - RI - \frac{1}{\text{j}\omega C} I}{\frac{1}{\text{j}\omega C}} \tag{13}$$

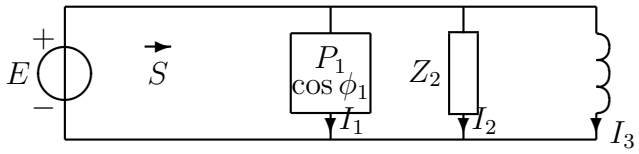
$$-E_1 + RI - \text{j}\omega L \underbrace{\frac{E_1 - RI - \frac{1}{\text{j}\omega C} I}{\frac{1}{\text{j}\omega C}}}_{I_2} + E_2 = 0 \tag{14}$$

$$\Rightarrow I = \frac{(1-\omega^2 LC)E_1 - E_2}{R - \text{j}\omega L \frac{-R - \frac{1}{\text{j}\omega C}}{\frac{1}{\text{j}\omega C}}} = \frac{(1-\omega^2 LC)E_1 - E_2}{R + \text{j}\omega L\,(\text{j}\omega CR + 1)} \tag{15}$$

$$= \frac{(1-\omega^2 LC)E_1 - E_2}{(1-\omega^2 LC)R + \text{j}\omega L} = \frac{-10\text{j} - 20 + 10\text{j}}{-1 + \text{j}2} = \frac{20\angle 180^\circ}{\sqrt{5}\angle 116{,}6^\circ} \tag{16}$$

$$= \overbrace{4\sqrt{5}}^{8{,}94}\angle 63{,}4^\circ\ \text{A} \quad (= 4 + \text{j}8) \tag{17}$$

4. Laske jännitelähteestä otettu kompleksinen teho S, kun kuormana on kolme laitetta kuvan mukaisesti. $I_1 = \sqrt{5}\angle 0^\circ$ A, $Z_2 = (40 + \text{j}20)\ \Omega$, $I_3 = 1\angle -26{,}6^\circ$ A, $E = 100\angle 63{,}4^\circ$ V.



$$S = EI_1^* + EI_2^* + EI_3^* = E(I_1^* + \left(\frac{E}{Z_2}\right)^* + I_3^*) \tag{18}$$

$$= 100\angle 63{,}4^\circ \left(\sqrt{5}\angle -0^\circ + \frac{100\angle -63{,}4^\circ}{\sqrt{2000}\angle -26{,}6^\circ} + 1\angle 26{,}6^\circ\right) \tag{19}$$

$$= 100\sqrt{5}\angle 63{,}4^\circ + \frac{100^2\angle 0^\circ}{\sqrt{2000}\angle -26{,}6^\circ} + 100\angle 90^\circ \tag{20}$$

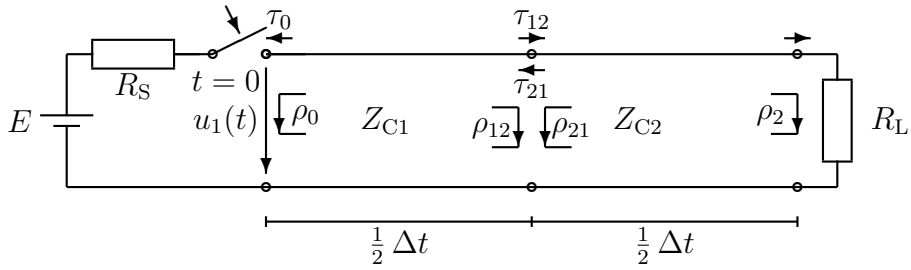
$$= 100 + \text{j}200 + \underbrace{100\sqrt{5}\angle 26{,}6^\circ}_{200+\text{j}100} + 100\text{j} \tag{21}$$

$$S = 300 + \text{j}400 = 500\angle 53{,}4^\circ\ \text{VA} \tag{22}$$

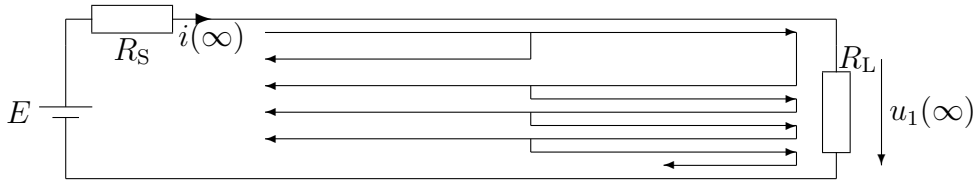
$$(I = \frac{S^*}{E^*} = 5\angle 10^\circ) \tag{23}$$

Jos tähän lisätään harjoitustehtävässä 402 ollut $P_4 = 100$, saadaan sen kanssa yhteensopiva tulos: $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 100\angle 0^\circ \cdot (4 - \text{j}4)^*$. Jännitelähteen kulman muuttaminen ei vaikuta tehoon vaan aika-akselin nollakohdan valintaan. Jos teho oli laskettu kaavalla UI, saatoin antaa 2 p., vaikka kurssin alussa lupasin pari pinnaa vähemmän. Olin reilu!

5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1-4 pois! Kun aalto tulee siirtojohdolta toiselle siirtojohdolle tai vastukseen, tarvitaan läpäisykerrointa $\tau = 1 + \rho$. Laske jännite $u_1(\infty)$ (tai likiarvo) edestakaisten heijastusten jälkeen. $E = 12$ V, $R_\mathrm{S} = 50\ \Omega$, $Z_\mathrm{C1} = 50\ \Omega$, $Z_\mathrm{C2} = 75\ \Omega$, $R_\mathrm{L} = 100\ \Omega$.



Siirtojohto on aivan tavallista johtoa. Niinpä varsinkin tasavirralla lopputilanne on sama, mitä saataisiin myös kokonaan ilman siirtohjohtoteoriaa:



$$-E + R_\mathrm{S} i(\infty) + R_\mathrm{L} i(\infty) = 0 \Rightarrow i(\infty) = \frac{E}{R_\mathrm{S} + R_\mathrm{L}} \tag{24}$$

$$u(\infty) = R_\mathrm{L} i(\infty) = \frac{R_\mathrm{L}\, E}{R_\mathrm{S} + R_\mathrm{L}} = 8\ \mathrm{V} \tag{25}$$

Tämä riittää vastaukseksi! Yksi tehtävän tarkoitus olikin korostaa edellä mainittua seikkaa. Koska tarkoitus on myös opettaa siirtojohtoteoriaa, tutkitaan jännitteen muutosprosessia, josta saadaan myös hyväksyttäviä likiarvovastauksia:

$$\rho_0 = \frac{R_\mathrm{S} - Z_\mathrm{C1}}{R_\mathrm{S} + Z_\mathrm{C1}} = 0 \qquad \tau_0 = \frac{2R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{S} + Z_\mathrm{C1}} = 1 \tag{26}$$

$$\rho_{12} = \frac{Z_\mathrm{C2} - Z_\mathrm{C1}}{Z_\mathrm{C2} + Z_\mathrm{C1}} = \frac{1}{5} \qquad \tau_{12} = \frac{2Z_\mathrm{C2}}{Z_\mathrm{C1} + Z_\mathrm{C2}} = \frac{6}{5} \tag{27}$$

$$\rho_{21} = \frac{Z_\mathrm{C1} - Z_\mathrm{C2}}{Z_\mathrm{C1} + Z_\mathrm{C2}} = -\frac{1}{5} \qquad \tau_{21} = \frac{2Z_\mathrm{C1}}{Z_\mathrm{C1} + Z_\mathrm{C2}} = \frac{4}{5} \tag{28}$$

$$u_1(0) = \frac{Z_\mathrm{C1}}{R_\mathrm{S} + Z_\mathrm{C1}}\, E = 6\ \mathrm{V} = \frac{Z_\mathrm{C1}}{2R_\mathrm{S}} \tau_0\, E \qquad \rho_2 = \frac{R_\mathrm{L} - Z_\mathrm{C2}}{R_\mathrm{L} + Z_\mathrm{C2}} = \frac{1}{7} \tag{29}$$

$$u_1(\Delta t) = u_1(0) + u_1(0)\rho_{12}\tau_0 = 7{,}2 \tag{30}$$

$$u_1(2\Delta t) = u_1(\Delta t) + \underbrace{u_1(0)\tau_{12}\rho_2\tau_{21}\tau_0}_{\frac{144}{175}} = 8{,}023\ \mathrm{V} \tag{31}$$

$$u_1(3\Delta t) = u_1(2\Delta t) + u_1(0)\tau_{12}\rho_2(\rho_{21}\rho_2)\tau_{21}\tau_0 = 7{,}2 + \frac{144}{175} + \frac{144}{175}\cdot\left(-\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}\right) = 7{,}999\ \mathrm{V}$$

$$u_1(4\Delta t) = u_1(3\Delta t) + u_1(0)\tau_{12}\rho_2(\rho_{21}\rho_2)^2\tau_{21}\tau_0 = 7{,}999 + \frac{144}{175}\cdot\left(-\frac{1}{35}\right)^2 \tag{32}$$

$$u_1(5\Delta t) = u_1(\Delta t) + u_1(0)\tau_{12}\rho_2\tau_{21}\tau_0\left[1 + \rho_{21}\rho_2 + (\rho_{21}\rho_2)^2 + (\rho_{21}\rho_2)^3\right] \tag{33}$$

Tarkka tulos saadaan geometrisen sarjan summana:

$$u_1(\infty) = u_1(\Delta t) + \underbrace{u_1(0)\tau_{12}\rho_2\tau_{21}\tau_0}_{\frac{144}{175}}\,\frac{1}{1 - \rho_{21}\rho_2} = 7{,}2 + \frac{144}{175}\left[\frac{35}{36}\right] = 8\ \mathrm{V} \tag{34}$$