

Yo-kirjoituksissa hyväksytty laskin sallittu.

Tehtävät

1. Olkoon $f(x, y) = x^2 + y^2$.

a) Laske osittaisderivaatat $\frac{\partial}{\partial x} f$ ja $\frac{\partial}{\partial y} f$.

b) Määritä funktion f gradientti $\nabla f(x, y)$.

c) Määritä suunta, johon funktio f kasvaa nopeimmin pisteessä $(3, 1)$.

2. Etsi funktion $f(x, y, z) = x + y - z$ maksimi ja minimi pallopinnalla $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

3. a) Laske tasointegraali

$$\int_0^1 \int_0^y xy \, dx dy.$$

b) Laske kappaleen

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq z \leq 2\}$$

tilavuus.

4. R -säteisen pallon B lämpötila $T = T(\rho)$ laskee lineaarisesti keskipisteestä mitatun etäisyyden ρ funktiona arvosta 100 ($\rho = 0$) arvoon 0 ($\rho = R$). Määritä funktion $T(\rho)$ lauseke ja laske pallon keskilämpötila

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \iiint_B T \, dV.$$

Vihjeitä: Voit käyttää tietoa, että $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Lisäksi voit käyttää tietoa, että pallokoordinaateissa (ρ, θ, φ) tilavuuden paikallinen suurennussuhde on $dV = \rho^2 \sin \varphi \, d\rho \, d\theta \, d\varphi$.

Muistutus: Yhden välikokeen saa uusia toukokuun tenttitilaisuudessa 27.5. Myös uusijoiden pitää ilmoittautua tenttiin. Tentti ja uusintävälikokeet ovat samalla paperilla ja niistä saa tehdä joko yhden välikokeen tai tentin.