

Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja. Kääntöpuolella avuksi trigonometristen funktioiden arvoja.

Tentti

1. Selvitä suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^3 e^{-k}.$$

2. Laske

$$\int \int_D (x + y) dA$$

missä D on se xy -tason 1. neljänneksen alue, jonka rajaavat suorat $y = 0$ ja $y = \sqrt{3}x$ sekä ympyrän $x^2 + y^2 = a^2$ kaari ($a > 0$).

3. a) Määritä differentiaaliyhtälölle $y' + 3x^2y = x^2$ sellainen ratkaisu, että $y(0) = 1$.
b) Ratkaise differentiaaliyhtälö $y'' + 2y' + y = x + e^{4x}$.
4. Määritellään reaalilukujen joukossa \mathbb{R} binäärioperaatio $*$ seuraavasti:
 $x * y = xy + x + y$.
- a) Osoita, että laskutoimitus $*$ on liitännäinen.
b) Osoita, että joukossa \mathbb{R} on neutraalialkio laskutoimituksen $*$ suhteen.
c) Onko kaikilla joukon \mathbb{R} alkioilla käänteisalkio laskutoimituksen $*$ suhteen? Muista perustelut!
5. Tarkastellaan 2×2 -ruudukkoa, jonka ruudut maalataan (yhteen ruutuun aina yksi väri). Käytettävissä on punainen, sininen ja vihreä väri. Montako erilaista ruudukkoa voidaan maalata? Kaksi ruudukkoa ovat samanlaiset, jos toinen saadaan toisesta kiertämällä.

Vihje: ratojen lukumäärä on $\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |F(g)|$, missä $F(g) = \{x \in X \mid g(x) = x\}$.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0