S-89.3310 Acoustics and the Physics of Sound — Exam Dec, 2012

Ratkaise kaikki viisi (5) tehtävää. Laskin on sallittu
Mikäli ratkaisit vähintään 16/20 laskuharjoitustehtävää, merkitse selvästi, minkä tehtävän haluat korvattavan laskuharjoituspisteillä.

**Tehtävä 1**

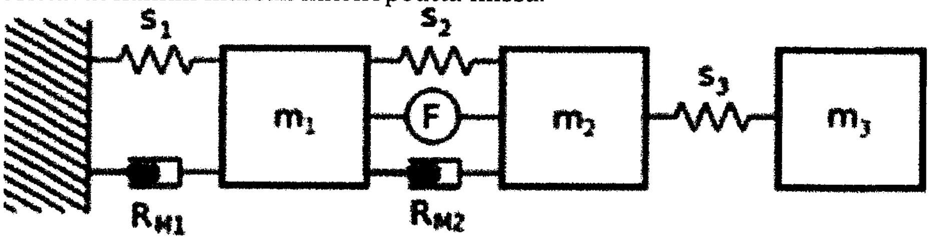
Allaoleva yhtälö kuvaa kalvon vapaata värähtelyä, jossa $z$ on liikepoikkeama, $x$ ja $y$ ovat kalvon suuntaiset koordinaattiakselit ja $Lx$ ja $Ly$ näitä akseleita vastaavat kalvon dimensiot. Kerro omin sanoin, mikä on seuraavien termien fysikaalinen tulkinta (esim. mitä termi esittää, miksi se on yhtälössä, jne.)

**(a)** $n$ ja $m$
**(b)** $\omega_{mn}$
**(c)** kaksi ensimmäistä sinitermiä vasemmalta
**(d)** kaksi viimeistä termiä (jotka sisältävät suureet $M$ ja $N$)
**(e)** kaksoissumma

$$z = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right)\left(M\sin(\omega_{mn}t) + N\cos(\omega_{mn}t)\right)$$

**Tehtävä 2**

Laadi oheiselle mekaaniselle piirille
**(a)** suoran (impedanssi)
**(b)** käänteisen (admittanssi)
analogian mukaiset sähköiset sijaiskytkennät ja selvitä, mitkä sähköiset suureet esittävät kunkin massan liikenopeutta niissä.




Symbolit kunkin komponentin yhteydessä kuvaavat komponentin arvoa, esim. vasemmanpuolimmaisen jousen jousivakio on $s_1$. Muista merkitä sähköpiiriin komponenttien tyyppi yksiselitteisesti ja komponentin arvo selkeästi.

**Tehtävä 3**

Kaikuluotaimen projektori (kaiutin), joka toimii 31 kHz taajuudella ja jonka halkaisija on 50cm, säteilee 100 W akustista tehoa veteen. Oletetaan, että ääni etenee vedessä tasoaaltona hajaantumatta keilassa, jonka halkaisija on vakio 50cm. Määritä

**(a)** aallonpituus
**(b)** intensiteetti
**(c)** äänenpaine
**(d)** hiukkasnopeus
**(e)** äänenpainetaso verrattuna äänenpaineeseen 1 Pa

Äänen nopeus vedessä on $c$=1.484 m/s ja veden tiheys $\rho$ =1000 kg/$m^3$.

*Käännä sivu!*

**Tehtävä 4**

Kymmenen identtistä ympärisuuntaavaa mikrofonia on asennettu samalle suoralle 1/9 metrin etäisyydelle toisistaan. Mikrofoniryhmän mikrofonien tuottamat signaalit summataan yhteen. Ryhmään osuu tasoaalto, jonka taajuus on 343 Hz. Määritä tasoaallon tulokulmat, joilla ryhmästä ei saada mitään signaalia ulos.

**Tehtävä 5**

Sylinterinmuotoinen putki, jonka pituus on l=0.3m ja poikkipinta-alan säde r=0.02m, on avoin yhdestä päästä ja suljettu toisesta päästä. Kun putkea herätetään (esim. taputtamalla putken päässä), putkesta kuuluu harmoninen ääni. **Määrittele** tämän äänen korkeus ja **arvioi** putken impedanssi ensimmäiselle neljälle harmoniselle taajuudelle.

*Käännä sivu!*

S-89.3310 Acoustics and Physics of Sound, equation sheet

Decibels:

$$L(\text{dB re } P_0) = 10\log_{10}(P/P_0) \quad \text{(Power quantities)}$$
$$L(\text{dB re } A_0) = 20\log_{10}(A/A_0) \quad \text{(Field quantities)}$$
$$P_0 = 1\text{pW} \quad \text{(Acoustic power)}$$
$$A_0 = 20\mu\text{Pa} \quad \text{(Sound pressure)}$$
$$v_0 = 1\mu\text{m/s} \quad \text{(Particle velocity)}$$

Constants:

$$c = 343\text{m/s} \quad \text{(Speed of sound, 20°, 1ATM)}$$
$$\rho = 1.2\text{kg/m}^3 \quad \text{(Density of air, 20°, 1ATM)}$$

Mechanical:

$$F_\mathrm{k} = -Kx \quad \text{(Hooke)}$$
$$F_\mathrm{m} = m\ddot{x} \quad \text{(Newton)}$$

Trigonometric:

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x \quad \text{(Euler)}$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

Harmonic oscillation:

$$x_\mathrm{RMS} = x_\mathrm{peak}/\sqrt{2} \quad \text{(Peak values vs. RMS values)}$$
$$\tilde{x} = \tilde{A}e^{i\omega_0 t} \quad \text{(Displacement)}$$
$$\tilde{v} = \dot{\tilde{x}} = i\omega_0\tilde{A}e^{i\omega_0 t} \quad \text{(Velocity)}$$
$$\tilde{a} = \dot{\tilde{v}} = \ddot{\tilde{x}} = -\omega_0^2\tilde{A}e^{i\omega_0 t} \quad \text{(Acceleration)}$$

1DOF oscillator:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = f \quad \text{(Damped, forced)}$$
$$\alpha = R_\mathrm{m}/(2m)$$
$$\omega_0 = \sqrt{K/m}$$
$$\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Ideal string:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left[A_n\sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) + B_n\cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)\right] \quad \text{(Bernoulli)}$$

$$A_n = \frac{2}{n\pi c}\int_0^L \dot{y}(x,0)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$
$$B_n = \frac{2}{L}\int_0^L y(x,0)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

Lossy, stiff, driven string:

$$\ddot{y} - c^2y'' + 2R(f)\dot{y} + \frac{EA\kappa^2}{\mu}y'''' = f(x,t) \quad \text{(Wave equation)}$$

Eigenfrequencies:

$$f_{mn} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{\sigma}}\sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2} \quad \text{(Rectangular membrane)}$$
$$f_{mn} = \frac{c}{2\pi R}\beta_{mn} \quad \text{(Circular membrane)}$$
$$f_{lmn} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{c^2}} \quad \text{(Rectangular enclosure)}$$

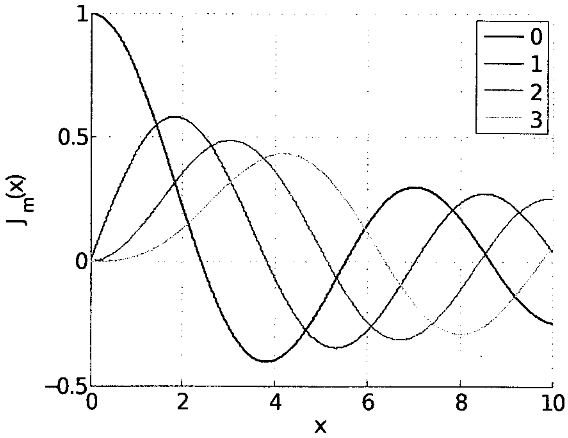



Figure 1: Some of the lowest-order Bessel functions

Modal densities:

$$n_\mathrm{a} = \frac{L}{2c_0} \quad \text{(Axial modes)}$$
$$n_\mathrm{t} = \frac{\pi Af}{c_0^2} - \frac{L}{2c_0} \quad \text{(Tangential modes)}$$
$$n_\mathrm{o} = \frac{4\pi f^2 V}{c_0^3} - \frac{\pi Af}{c_0^2} \quad \text{(Oblique modes)}$$
$$n_\mathrm{tot} \approx \frac{4\pi f^2 V}{c_0^3} \quad \text{(High-frequency approximation)}$$

Intensity:

$$\mathbf{I} = p\mathbf{u} \quad (p \text{ and } \mathbf{u} \text{ RMS values})$$

Plane wave:

$$p = \tilde{A}e^{-ikx}e^{i\omega t} \quad \text{(Sound pressure)}$$
$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c \quad \text{(Wave number)}$$
$$R = \frac{z_{c2} - z_{c1}}{z_{c2} + z_{c1}} \quad \text{(Reflection coefficient)}$$
$$T = \frac{2z_{c2}}{z_{c2} + z_{c1}} \quad \text{(Transmission coefficient)}$$
$$T = 1 + R$$
$$\mathbf{I}_\mathrm{t} = (1 - |R|^2)\mathbf{I}_\mathrm{i} \quad \text{(Intensity transmission)}$$
$$\theta_\mathrm{i} = \theta_\mathrm{r} \quad \text{(Snell)}$$

Characteristic impedance at distance $d$ from the boundary between two fluids:

$$z_\mathrm{d} = \left(\frac{z_{c1}}{\cos\theta_\mathrm{i}}\right)\frac{\left(\frac{z_{c2}}{\cos\theta_\mathrm{t}}\right) + i\left(\frac{z_{c1}}{\cos\theta_\mathrm{i}}\right)\tan(k_1 d\cos\theta_\mathrm{i})}{\left(\frac{z_{c1}}{\cos\theta_\mathrm{i}}\right) + i\left(\frac{z_{c2}}{\cos\theta_\mathrm{t}}\right)\tan(k_1 d\cos\theta_\mathrm{i})}$$

| el. impedance | el. admittance | mechanical | acoustical |
|---|---|---|---|
| voltage $U$ | current $I$ | force $F$ | pressure $p$ |
| current $I$ | voltage $U$ | velocity $v$ | vol. velocity $Q$ |
| impedance $Z$ | admittance $Y$ | mech. imped. $Z_{\mathrm{M}}$ | ac. imped. $Z_{\mathrm{A}}$ |
| resistance $R$ | conductance $G$ | mech. res. $R_{\mathrm{M}}$ | ac. res. $R_{\mathrm{A}}$ |
| inductance $L$ | capacitance $C$ | mass $m$ | ac. ind. $L_{\mathrm{A}}$ |
| capacitance $C$ | inductance $L$ | compliance $\frac{1}{K}$ | ac. cap. $C_{\mathrm{A}}$ |
| series conn. | parallel conn. | common velocity | common vol. vel. |
| parallel conn. | series conn. | common force | common pressure |

Table 1: Table of analogies

Derivation rules:

$$D\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{g(x)Df(x) - f(x)Dg(x)}{g(x)^2} \quad \text{(Derivation of a fraction)}$$

Spherical sources and -waves:

$$A = 4\pi R^2 \quad \text{(Surface area of sphere)}$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad \text{(Sphere volume)}$$

$$q_0 = \oint_A v_0 dA = 4\pi R^2 v_0 \quad \text{(Source strength)}$$

$$\tilde{p} = \frac{i\omega\rho q_0}{4\pi r}\frac{1}{1+ikR}e^{-ik(r-R)} \quad \text{(Pressure at distance } r\text{)}$$

$$z_{\mathrm{s}} = \frac{p}{u} = \rho c\left(\frac{ikr}{1+ikr}\right) \quad \text{(Characteristic impedance)}$$

$$P = \frac{|q_0|^2\rho c k^2}{8\pi}\left(\frac{1}{1+kR^2}\right) \quad \text{(Acoustic power)}$$

$$z_{\mathrm{mrad}} = 4\pi R^2\rho c\left(\frac{(kR)^2}{1+(kR)^2} + i\frac{kR}{1+(kR)^2}\right) \quad \text{(Radiation impedance)}$$

$$\tilde{p}(r,\theta) = \frac{\omega^2\rho}{4\pi c r}\left(1+\frac{1}{ikr}\right)e^{-ikr}\mu\cos\theta \quad \text{(Sound pressure at } r \text{ (dipole))}$$

$$\mu = q_0 d \quad \text{(Dipole moment)}$$

$$P = \frac{\omega^4\rho\mu^2}{24\pi c^3} \quad \text{(Acoustic power (dipole))}$$

Piston source:

$$\tilde{p}(r,\theta) = \frac{i\rho\omega R^2\tilde{u}_{\mathrm{n}}}{2r}\left[\frac{2J_1(kR\sin\theta)}{kR\sin\theta}\right]e^{-ikr} \quad \text{(Sound pressure)}$$

$$z_{\mathrm{mrad}} \approx \rho c\pi R^2\left[\frac{(kR)^2}{2} + i\frac{8kR}{3\pi}\right] \quad \text{(Radiation impedance } (kR \ll 1)\text{)}$$

Radiator groups:

$$\tilde{p}(\theta,r) \approx \left(\frac{i\omega\rho q_0}{4\pi r}\right)e^{-ikr}\left[\frac{\sin\left(\frac{N\pi d)}{\lambda}\cos\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\cos\theta\right)}\right] \quad \text{(Sound pressure (equal-phase sources)))}$$

Pipes:

$$z_{\mathrm{a}} = \frac{p}{q} = \frac{p}{uA} = \frac{z_{\mathrm{c}}}{A} \quad \text{(Acoustic impedance)}$$

$$z_{\mathrm{a1}} = \frac{\rho c}{A}\frac{z_{\mathrm{a2}}A\cos(kl) + i\rho c\sin(kl)}{iz_{\mathrm{a2}}A\sin(kl) + \rho c\cos(kl)} \quad (z_{\mathrm{a}} \text{ of a pipe, from end 1} \to \text{end 2})$$

$$R = \frac{z_{\mathrm{a2}} - z_{\mathrm{a1}}}{z_{\mathrm{a2}} + z_{\mathrm{a1}}} \quad \text{(Reflection)}$$

$$T = \frac{2z_{\mathrm{a2}}}{z_{\mathrm{a2}} + z_{\mathrm{a1}}} \quad \text{(Transmission)}$$

$$T = R + 1$$

$$\frac{I_{\mathrm{t}}}{I_{\mathrm{i}}} = \frac{4}{4\cos^2(kl) + (\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1})^2\sin^2(kl)} \quad \text{(Expansion chamber)}$$

$$\triangle = \begin{cases} 0.61R & \text{when } l > 0 \\ 0.85R & \text{when } l = 0 \end{cases} \quad \text{(End correction)}$$

**Mechanical $\to$ electric system, impedance analogy:**

1. make a circuit loop for each mass
2. make a circuit loop for each generator not connected to a mass
3. into each loop: add the electrical version of the directly involved components in series
4. connect different loops by combining their shared elements

**Mechanical $\to$ electric system, admittance analogy:**

1. for each mass, make circuit node with a grounded capacitor
2. make a grounded node for each generator not connected to a mass, and a grounded node for a rigid body
3. into each node: add the electrical version of the directly involved components in parallel
4. connect different node branches by combining their shared elements

**Star-to-triangle transform:**

1. inside each loop, insert a reference point
2. insert also a reference point outside the circuit
3. connect the points with lines
4. re-draw the connected pattern next to the circuit
5. for each line, change the intersecting series connection to parallel and switch the components into their dual versions