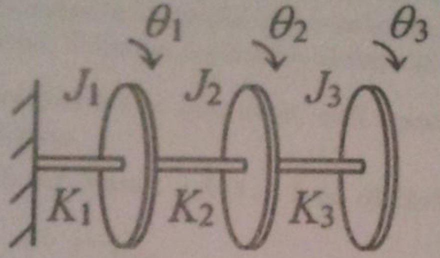
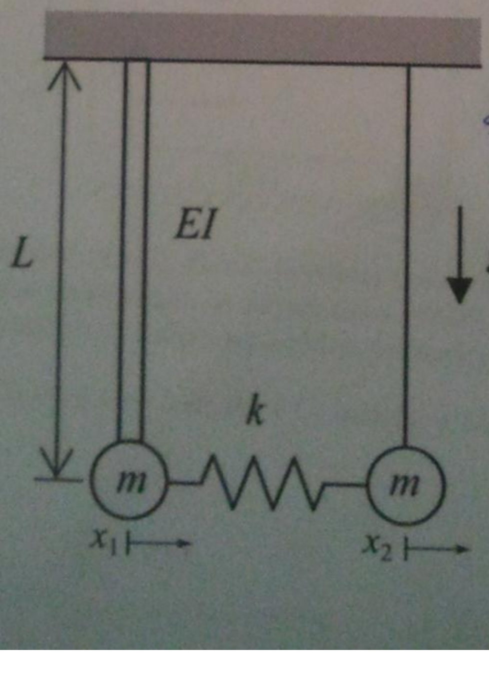
Välikoe 2/Kul-49.3400/2012 Koneiden ja rakenteiden värähtelyt 18.12.2012

1. Tarkastellaan oheisen kuvan mukaista kolmen vapausasteen vääntövärähtelijää. Kiekkojen hitausmomentit keskipisteiden suhteen ovat J_1, J_2 ja J_3 ja sauvojen vääntöjousivakiot ovat K_1, K_2 ja K_3. Muodosta systeemin liikeyhtälöt matriisimuodossa.



2. Kuvassa esitetty värähtelysysteemi koostuu heilurista ja ulokepalkista, jotka on kytketty toisiinsa jousella. Laske systeemin ominaiskulmataajuudet yhtälöstä $\det(K - \omega^2 M) = 0$ ja ominaismuodot $\mathbf{u}_i$ tarkastelemalla systeemin vaakasuuntaista liikettä. Ulokepalkin ja heilurin massat ovat merkityksettömiä m-massojen rinnalla. Käytä arvoja $EI = mgL^2$, $k = 1.5mg/L$ ja $k_h = k_{heiluri} = mg/L$. Ulokepalkin taipuma palkin päädyssä: $v = \frac{FL^3}{3EI}$.



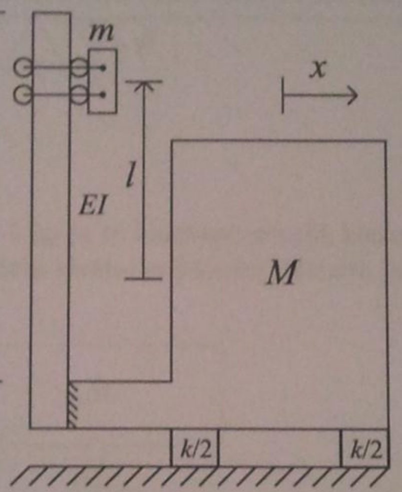
3. Konetta, jonka massa on $M = 1200$ kg, halutaan käyttää pyörimiskulmataajuuksilla $\omega = 60 \ldots 200$ rad/s. Koneessa ilmenneen voimakkaan tärinän korjaamiseksi koneen runkoon kiinnitettiin lujasti teräksinen pystypalkki ($EI = 400$ Nm^2 ja $L = 0.5$ m); palkkiin kiinnitetyn massan $m = 4$ kg asemaa l voidaan hallita jatkuvasti alueella $l = L/3 \ldots L$ säätöjärjestelmän avulla. Koneen rungon värähtelyn tiedetään tapahtuvan x-suunnassa ja sen syy on pyörivä epäkeskeinen massa koneessa, joten säädön perusteena käytetään pyörimiskulmataajuutta ω. Vaimennus ja palkin massa voidaan olettaa pieniksi. Taipuma L-pituisen ulokepalkin päässä: $v = \frac{FL^3}{3EI}$.

a) Määritä säädön toimintakaava $l = l(\omega)$ siten, että massa M värähtelee mahdollisimman vähän koneen käyttöalueella.

b) Mille massan m arvoille säätövara $l = L/3 \ldots L$ on riittävä?

0,384 m

0,080



$L - \left(\frac{2}{3}L - l\right)$

$= \frac{L}{3} + l(\omega)$

$= \frac{1}{3}L + l =$

$\frac{6EI}{4\omega^2} = L^3$

$l(\omega) = \sqrt[3]{\frac{6EI}{4\omega^2}} - \frac{L}{3}$

$\Rightarrow \frac{6EI}{L^3} + k - 1200\omega$

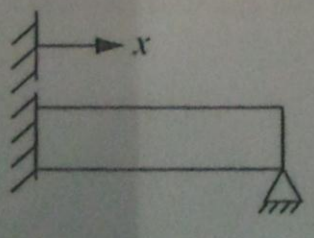
$\Rightarrow \underbrace{-\frac{6EI}{L^3} + 4\omega^2 = 0}$

4. Määritä toisesta päästään jäykästi ($x = 0$, *fixed*) ja toisesta nivelellisesti ($x = L$, *pinned*) tuetun Euler-Bernoulli-palkin taivutusvärähtelyjen karakteristinen yhtälö, jonka juurien avulla voidaan laskea palkin ominaiskulmataajuudet. Palkin separoidun yritteen muotofunktio on

$$X(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \,.$$

$k =$

$k = \frac{F}{x}$



$F = kx$

$(K - \omega^2 M)a_1 = 0$

$\begin{bmatrix} k + k_p & -k_p \\ -k_p & k_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M\omega^2 & 0 \\ 0 & m\omega^2 \end{bmatrix}$

$-C_1 \beta \sin \beta x$