

(b) Ratkaise (a)-kohdan hajotelmaasi käyttäen

$$Ax = b, \quad \text{kun } b = \begin{bmatrix} -3 \\ 10 \\ -18 \end{bmatrix}.$$

7. (a) Muodosta matriisiin

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 10 \\ -2 & 2 & -3 \\ 10 & -3 & 30 \end{bmatrix}$$

Cholesky-hajotelma  $A = LL^T$ . Vaihtoehtoisesti voit muodostaa LU-hajotelman.

(b) Ratkaise (a)-kohdan hajotelmaasi käyttäen

$$Ax = b, \quad \text{kun } b = \begin{bmatrix} -20 \\ 8 \\ -56 \end{bmatrix}.$$

8. Määritä ylimäärätyn yhtälöryhmän

$$x - y = -10$$

$$2x - y = -5$$

$$x + 2y = 0$$

pienimmän neliösumman ratkaisu.

9. Määritä ylimäärätyn yhtälöryhmän

$$3x - 7y = 0$$

$$-x - 2y = 0$$

$$x + 4y = 5$$

pienimmän neliösumman ratkaisu muodostamalla ensin sen matriisimuoto ja ratkaisemalla sitten normaaliyhtälöt  $A^T Ax = A^T b$ .

10. Ratkaise alkuarvottehtävä

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

Laplace-muunnoksella.

11. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$x' = tx^2, \quad x(0) = 1$$

numeerisesti aikavälillä  $0 \leq t \leq 1$

(a) Eulerin menetelmällä, askelpituus  $h = 0.25$ .

(b) Parannellulla Eulerilla, askelpituus  $h = 0.5$ .

(c) Runge-Kutalla, askelpituus  $h = 1$ .

Esitä tulokset (yhtenä tai useampana) taulukkona, jossa selkeästi  $t^{(k)}$ :t ja  $x^{(k)}$ :t.