

## Tfy-3.1194 Fysiikka IIB tentti 16.12.2011

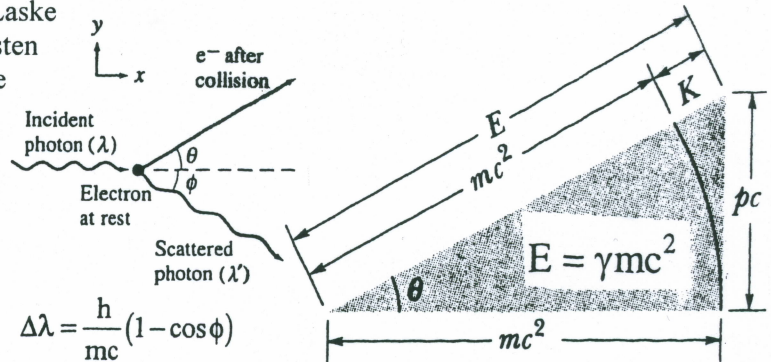
1. Ohut tähtijoukko AB etenee B edellä Maa-havaintsijan MH ohi vakionopeudella  $v_{AB} = 0,8c$ , missä  $c$  on valon nopeus. Samalla MH mittaa AB:n pituudeksi 0,486 valovuotta. Huoltoalus H kulkee tähtijoukon perästä A kohti kärkeä B vakionopeudella  $0,6c$  AB:n suhteen. a) Laske H:n nopeus MH:n suhteen. Laske b) AB:n todellinen (invariantti) (lepo)pituus ja c) H:n mittaama AB:n pituus. Laske, kuinka kauan H:n matka perästä A kärkeen B kestää, kun havaintsijana on d) H, e) AB tai f) MH.

Kuva 1  $x' = \gamma(x - vt)$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ ,  $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ ,  $\Delta t = \gamma\Delta t_0$ ,  $L = L_0/\gamma$ ,  $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$   
 $u = (u' + v) / (1 + u'v/c^2)$ ,  $u' = (u - v) / (1 - uv/c^2)$

2. Kimmoisassa törmäyksessä monoenergeettiset gammasäteet GS osuvat levossa oleviin hiukkasiin (elektroneihin, massa on  $m = 0,511 \text{ MeV}/c^2$ ) siten, että (tiettyyn kulmaan  $\theta$ ) siroavien hiukkasten nopeudeksi mitataan  $0,6c$  ( $c$  on valon nopeus). Vastaavan sironneen GS:n aallonpituus on  $4 \text{ pm}$  (piko =  $10^{-12}$ ).

- a) Laske sironneiden hiukkasten liike-energia. Laske b) tulevan GS-säteilyn ja c) sironneiden hiukkasten tuottaman beetasäteilyn aallonpituudet. d) Laske hiukkasten sirontakulma  $\theta$ .

Kuva 2



3. Otaniemen ydinreaktorin boori-neutronisädehoidossa (Boron Neutron Capture Therapy BNCT) levossa oleva stabiili emoydin boori  $^{10}_5\text{B}$  kaappaa massaenergiaa  $2,79 \text{ MeV}$  vapauttavassa eksoergisessä reaktiossa ydinreaktorin termisen (hitaan, levossa olevan) neutronin. Välittömästi seuraavassa hajonnassa jäljelle jää stabiili tytärydin X ja emittoituu parantavaa  $\alpha$ -säteilyä, jossa hiukkasten massa on  $m \approx 3728,4 \text{ MeV}/c^2$ . Osoita, a) että X on vaaratonta litiumia  $X = \text{Li}$ , jolla on 3 protonia ja b) että X on massaltaan noin  $1,75 \text{ m}$ . c) Osoita, että  $\alpha$ :n vauhti on vain noin  $3\%$  valon nopeudesta  $c$  (eli klassisen dynamiikan alueella). Laske Li:n rekyylissä saama d) liikemäärä ja e) vauhti (yksiköissä  $\text{MeV}/c$  ja  $c$ , vastaavasti).

4. Pitkikäinen emoydin radium  $\text{Ra} = {}^{226}_{88}\text{Ra}$  hajoaa  $\alpha$ -hajonnassa puoliintumisajalla  $1600 \text{ a}$  (vuotta) lyhytikäiseksi tytärytimeksi radoniksi Rn, jonka puoliintumisaika on  $3,82 \text{ d}$  (vuorokautta). Arvion mukaan rakenteeseen joutuu  $8,88 \text{ mg}$  Ra. Tällöin Rn määrä nousee nopeasti aktiivisuustasolle  $AT = 10^8 \text{ Bq}$  ja pitkäkän ajan (useiden päivien) kuluessa vakioksi sekulaariseen tasapainoon ST. a) Laske aika, jonka kuluessa AT saavutetaan. b) Montako prosenttia AT on lopullisesta ST-aktiivisuudesta? Laske ST:ssa Rn:n c) massa nanogrammoissa (nano =  $10^{-9}$ ) ja d) ydinten lukumäärä.

5. Kvanttimekaaninen hiukkanen, jonka massa on  $m$  ja kokonaisenergia  $E$ , etenee potentiaalienergiakynnyksessä  $U_0 = \text{vakio}$  (kun  $x > 0$ ; kun  $x < 0$ , on  $U = 0$ )  $x$ -akselin positiiviseen suuntaan (oikealle) siten, että  $0 < E < U_0$ . a) Osoita, että ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö toteutuu aaltoluvulla  $k$ , missä  $\hbar k = \sqrt{2mW_0}$  ja  $W_0 > 0$  on työfunktio. b) Osoita, että hiukkasen löytymisen todennäköisyystiheys etäisyydellä  $x$  kynnyksen alusta noudattaa yhtälöä  $P(x, E) = P_0 e^{-2kx} = P_0 e^{-x/\ell}$ , missä on myös määritelty tunkeutumissyvyys  $\ell$ , jota voidaan käyttää mittana hiukkasen tunkeutumismatkan arviointiin. c) Laske  $\ell$ :n ja  $W_0$ :n lausekkeet. Elektroni, jonka energia on  $5 \text{ eV}$ , törmää  $6 \text{ eV}$ :n potentiaalienergiakynnykseen. d) Miksi klassisesti elektronin ei pitäisi päästä ollenkaan läpi kynnykseen? e) Kuinka syvälle  $\ell$  (nanometreissä,  $10^{-9}$  metriä) kynnykseen elektroni tunkeutuu?

Kuva 5 
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} [E - U(x)]\psi = 0$$

$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ ,  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 10^{-7} \cdot c^2 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ ,  
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  ( $\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ),  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$  ( $\text{N}/\text{A}^2$ ),  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511 \text{ keV}/c^2$ ,  $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,27 \text{ MeV}/c^2 = 1,007276u$ ,  $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 939,57 \text{ MeV}/c^2 = 1,008665u$ ,  $m_\alpha = 4,001506u$ , atomeina  $m_p = 1,007825u$  ja  $m_\alpha = 4,002603u$ ,  $1u = 10^{-3}/N_A = 10^{-3}/6,022 \cdot 10^{23} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$ ,  $h = 2\pi\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}/c$ ,  $1 \text{ la}$  ( $\ell\text{y}$ ) (valovuosi) =  $c \cdot 1a = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$ ,  $1 \text{ a}$  (vuosi) =  $3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$ ,  $1 \text{ Bq} = 1 \text{ 1/s}$ ,  $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$