

# Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

2. välikoe 20.12.2012 / Kibble

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- Mat-1.2620 SovTnB 2. vk 20.12.2012
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

**Sallitut apuvälineet:** *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

**Vastausohje:** *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. Tehdas valmistaa tiiliä. Tiilien paino vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa.  
Tiilien joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos, jonka koko oli 30.  
Otoskeskiarvoksi saatiin 9.99 kg ja otosvarianssiksi  $0.1 \text{ kg}^2$ .

- (a) Määrää 95 %:n luottamusväli tiilien painon odotusarvolle.  
(b) Määrää 90 %:n luottamusväli tiilien painon varianssille.

2. Mitattaessa neljän henkilön verenpainetta saatiin seuraavat tulokset (x on henkilön ikä ja y henkilön verenpaine):

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 40  | 55  | 60  | 65  |
| y | 125 | 152 | 150 | 158 |

$$\bar{x} = 55.00 \quad s_x^2 = 116.67$$

$$\bar{y} = 146.25 \quad s_y^2 = 212.25$$

$$s_{xy} = 151.67$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien  $\beta_0$  ja  $\beta_1$  pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Jäännösvarianssin  $\sigma^2$  harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon  $s^2 = 22.625$ .  
Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun  $x = 50$ . Määrää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.

3. Maissa A ja B on paljon jalavapuita, joissa monissa on jalavatautisieni. Tutkimuksessa havaitaan, että maassa A 500:n jalavan satunnaisotoksessa 325:ssä puussa on jalavatautisieni ja että maassa B 300:n jalavan satunnaisotoksessa 201:ssä puussa on jalavatautisieni.

Puuasiantuntijoilla on teoria, että sairaiden puiden suhteellinen osuus maassa B on suurempi kuin maassa A, koska tauti saapui maahan B ensin. Testaa 1%:n merkitsevyystasolla asiantuntijoiden teoriaa.

4. Kahdelle henkilölle, nimittäin Anna ja Benjamin, on kummallekin annettu noppa ja kumpaakin on pyydetty heittämään sitä 120 kertaa. Anna ja Benjamin kertovat saaneensa heittojen tuloksena alla esitetyt silmälukujen jakaumat.

Tutki  $\chi^2$ -homogeenisuustestin avulla, onko mahdollista, että Anna ja Benjamin ovat käyttäneet samaa noppaa (tai oikeammin: noppia, joiden todennäköisyys antaa tietty silmäluku on sama). Käytä testissä 5 %:n merkitsevyystasoa.

| Silmäluku    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|--------------|----|----|----|----|----|----|
| A:n tulokset | 16 | 18 | 19 | 22 | 19 | 26 |
| B:n tulokset | 12 | 16 | 20 | 17 | 22 | 33 |

Shunden?

5. Alla on annettu kahden muuttujan havaintoaineisto. Oletetaan, että havainnot

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$$

muodostavat satunnaisotoksen kaksiuulotteisesta normaalijakaumasta.

| Havainnon nro | X  | Y  |
|---------------|----|----|
| 1             | -2 | 1  |
| 2             | 0  | 1  |
| 3             | 1  | 0  |
| 4             | 1  | 0  |
| 5             | 2  | -1 |

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia

$$H_0 : \rho = 0,$$

jossa  $\rho$  on muuttujien  $x$  ja  $y$  korrelaatiokerroin. Olkoon vaihtoehtoisena hypoteesina

$$H_1 : \rho < 0.$$