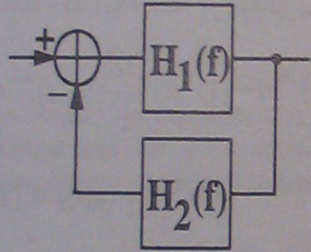


Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 6 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

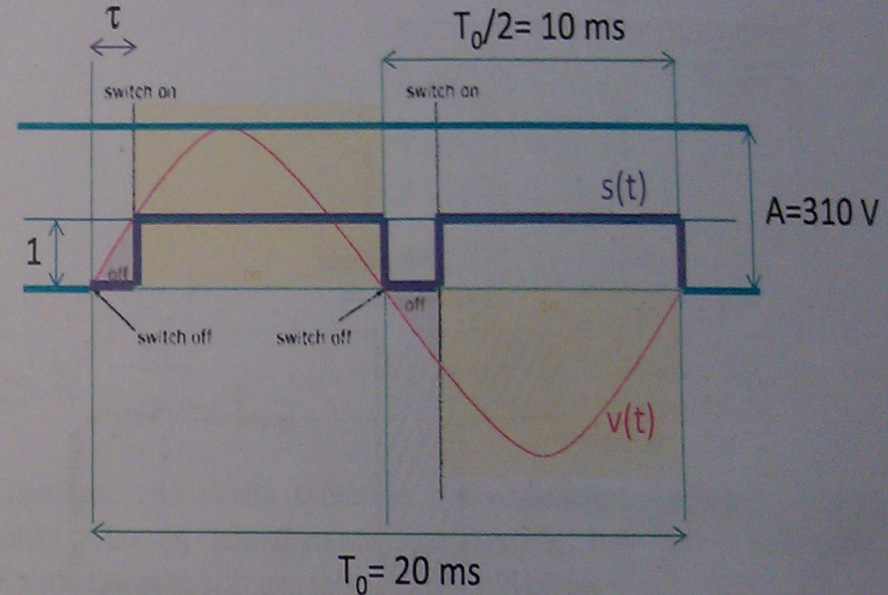
1. Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

- Millä ehdoilla funktiojoukko  $\{\phi_k(t)\}$  on ortonormaali?
- Montako näytettä on otettava ja mikä on näytteenottovälin oltava, jos alipäästösignaalin spektri halutaan laskea DFT:llä, kun signaalin kaistanleveys on 10 MHz, ja lasketun spektrin resoluutio eli näyteväli taajuusalueessa on 1 kHz?
- Esitä oheisen, negatiivisesti takaisinkytketyn järjestelmän siirtofunktio kuvassa annettujen siirtofunktioiden avulla.
- Miten määritellään alipäästösuodattimen asettumisaika?
- Millä ehdoilla on satunnaissignaali laajassa mielessä stationäärinen?
- Esitä AM-signaalin lauseke, kun moduloiva signaali on  $x(t)$  ja kantaal-totaajuus  $f_c$ , modulaatioindeksi on  $m$  ja kantaalton keskimääräinen teho  $P_c$ .
- Signaali koostuu 5 kHz ja 12 kHz sinimuotoisista komponenteista. Signaalia näytteistetään 12 kHz näytetaajuudella. Mitä taajuuksia näytteistetty signaali sisältää taajuusalueella 0 ... 24 kHz?
- Esitä Rayleighin energialause (kaava).
- Matkapuhelinverkon tukiaseman lähtöteho on 40 dBm. Mitä tehokemaa (W) se vastaa?
- Hahmottele siirtofunktion  $G(f) = \frac{1}{(1+i2\pi fT)^2}$  Boden diagrammi.



2.

Tarkastellaan tyristorihimmennintä, joka katkoo vaihtojännitettä tehon alentamiseksi. Himmennimen toimintaperiaate ajan funktiona on esitetty alla olevassa kuvassa.



Jännitesignaali:

$$v(t) = A \cos\left(2\pi \frac{1}{T_0} t\right)$$

Katkaisimen toimintaa kuvaava signaali:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t - k\frac{T_0}{2} - \frac{\tau}{2}}{\frac{T_0}{2} - \tau}\right), \quad 0 \leq \tau \leq \frac{T_0}{2}$$

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$



Himentimen lähtösignaali:

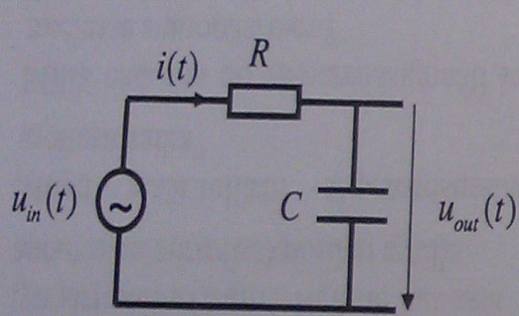
$$x(t) = v(t)s(t)$$

a) Ratkaise signaalin  $x(t)$  Fourier-sarjan kertoimet  $\{c_n\}$  ja esitä Fourier-sarja symbolisessa muodossa (5 p)

b) Ratkaise signaalin  $x(t)$  tehollisarvo, kun  $\tau = 1$  ms. (3 p)

c) Mitä harmonisia taajuuksia himmennin synnyttää sähköverkkoon? (2 p)

3. Tarkastellaan RC suodatinta



$$i(t) = C \frac{d}{dt} u_{out}(t)$$

$$u_{in}(t) = Ri(t) + u_{out}(t)$$

$$\frac{d}{dt} u_{out}(t) = \frac{1}{RC} (u_{in}(t) - u_{out}(t))$$

Suodattimen impulssivaste on  $h(t) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ .

Ratkaise suodattimen askelvaste konvoluution avulla eli lähtöjännite  $u_{out}(t)$ , kun tulojännite on

$$u_{in}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

ja  $RC=1$ .

(10 p)

4.

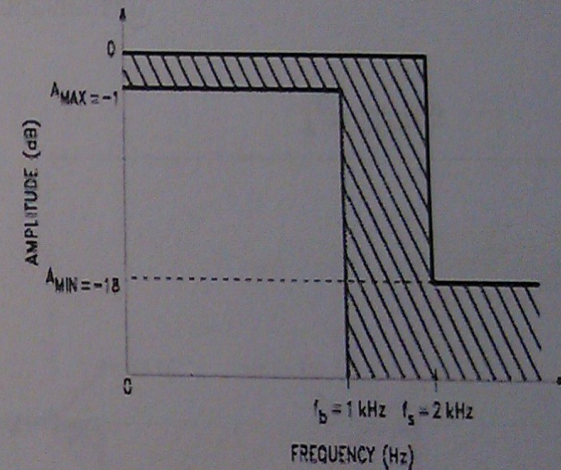
Butterworth-alipäästösudattimen amplitudifunktio on

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/W)^{2n}}}$$

Suunnistele suodatin, jonka täyttää alla olevan kuvan mukaiset vaatimukset.

a) Mikä on tarvittavan suodattimen pienin asteluku  $n$ ? (5 p.)

b) Mikä on silloin tarvittavan suodattimen päästökaistan (-3dB:n) rajataajuus  $W$ ? (5 p.)





5.

a) Tarkastellaan riippumattomia satunnaismuuttujia  $X_i$ ,  $i=1,2,3$ . Satunnaismuuttujat ovat Gaussisesti jakautuneita, jolloin niiden todennäköisyystiheys on

$$p_{X_i}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

Satunnaismuuttujat ovat nollakeskiarvoisia  $E\{X_i\}=0$  ja niiden varianssi on  $E\{X_i^2\}=\sigma^2$ .

- i) Ratkaise muuttujan  $Y=X_1+X_2+X_3$  oletusarvo ja varianssi (3 p) sekä
- ii) anna  $Y$ :n todennäköisyystiheyden lauseke [ei tarvitse johtaa] (2 p).

Vinkki: Satunnaismuuttujien summan todennäköisyystiheys saadaan konvolvoimalla niiden todennäköisyystiheydet. Gaussin jakauma on ns. stabiilijakauma eli mikä tahansa lineaarikombinaatio Gaussisesti jakautuneista satunnaismuuttujista noudattaa Gaussin jakaumaa.

b) GMS-modulaatiossa käytetään Gaussin pulsseja tiedonsiirtoon. Pulssin Fourier muunnos on

$$X(f) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{f^2}{2\sigma^2}\right), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

Pulssi kulkee epälineaarisen tehovahvistimen läpi. Tehovahvistimen toimintaa voidaan kuvata 3. asteen polynomilla

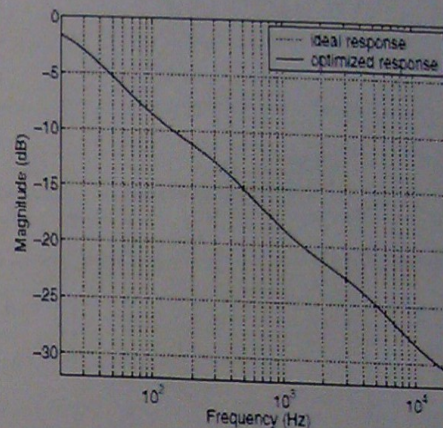
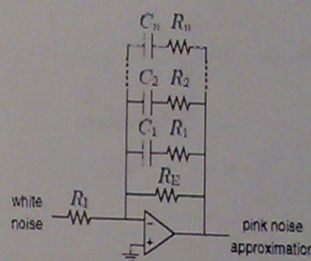
$$y(t) = 100x(t) - 10x^3(t)$$

- i) Ratkaise signaalin  $y(t)$  Fourier-muunnos  $Y(f)$ . (4p)
- ii) Miten tehovahvistin vaikuttaa signaalin kaistanleveyteen? (1 p)

Vinkki: Sovella kohdan 5a-ii) todennäköisyysjakaumatulosta johtaaksesi kohdan 5b.i) F-muunnoksen.

6.

Vaaleanpunaista kohinaa (pink noise) käytetään esimerkiksi audiojärjestelmien testaamiseen. Vaaleanpunaista kohinaa voidaan tuottaa esimerkiksi suodattamalla valkoista kohinaa käyttämällä alla olevan kuvan mukaista piiriä.



Oletetaan, että piiriin syötetään kaistarajoitettua valkoista kohinaa, jonka teho on tasajakautunut taajuuksille 100 Hz - 10000 Hz. Kaistarajoitetun kohinan tehosppektri (W/Hz) on

$$S(f) \approx \begin{cases} 10^{-3} & 100 \text{ Hz} \leq f \leq 10 \text{ kHz} \\ 0 & \text{muutoin} \end{cases}$$

Suodattimen taajuusvaste on kyseisellä taajuusalueella on

$$H(f) \approx \frac{4}{\sqrt{f}}$$

Mikä on piirin tuottaman vaaleanpunaisen kohinan keskimääräinen teho?

Vinkki:  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$