

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

Vaihtoehto A: vastaa **tehtävään 1** sekä valintasi mukaan **kolmeen muuhun** tehtävään. Kurssiarvosana määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteiden perusteella.

Vaihtoehto B: vastaa **kaikkiin** tehtäviin. Kurssiarvosana määräytyy tämän tentin perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta A huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon B mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia. Voit vastata kysymyksiin suomeksi, ruotsiksi tai englanniksi. Huomaa myös kokeen lopussa oleva aputietolista.

1. **Pakollinen tehtävä** Ratkaise alla olevat, myöhemmillä fysiikan kursseilla usein vastaan kävelevät differentiaaliyhtälöt:

a) Radioaktiivisen aineen syntymistä ja hajoamista kuvaavat yhtälö (tässä k ja λ ovat vakioita ja $N = N(t)$) (4p)

$$\frac{dN}{dt} = k - \lambda N.$$

b) Sähköisessä RLC-piirissä kulkevaa virtaa kuvaava yhtälö (tässä R , L ja C ovat vakioita ja $I = I(t)$) (4p)

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0$$

2. Tässä tehtävässä puhumme *Heisenbergin epämääräisyysperiaatteesta* sekä sen merkityksestä fysiikassa.

a) Selitä, mistä Heisenbergin epämääräisyysperiaatteessa on kyse. Kirjoita myös näkyviin epämääräisyysperiaatteen lauseke (tai lausekkeet). (2p)

b) Arvioi Heisenbergin epämääräisyysperiaatteen avulla elektronin kineettisen energian suuruutta vetyatomissa (koko noin 1 \AA). Vertaa saamaasi lukuarvoa elektronin ionisaatioenergiaan samassa systeemissä. Mitä huomaat? Entä jos elektroni yritetään rutistaa vielä pienempään tilaan, ytimen sisälle (koko noin 1 fm)? Mitä johtopäätöksiä voit nyt tehdä? (3p)

c) Tarkastellaan lopuksi aaltofunktiota $\psi(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$ sekä $\phi(x,t) = B e^{-i\omega t}$, kun $-1 \leq x \leq 1$, ja $\phi(x,t) = 0$ muulloin. Lausekkeissa aaltovektori $k = 2\pi/\lambda$, kulmataajuus $\omega = c/(2\pi\lambda)$ ja λ on aallonpituus. Piirrä funktioiden kuvaajat sopivaksi katsomillasi vakioiden arvoilla. Selitä mitä tiedämme aaltofunktioiden ψ ja ϕ kuvaamien hiukkasten paikasta ja liikemäärästä. Miten saamasi tulokset suhtautuvat Heisenbergin epämääräisyysperiaatteeseen? (3p)

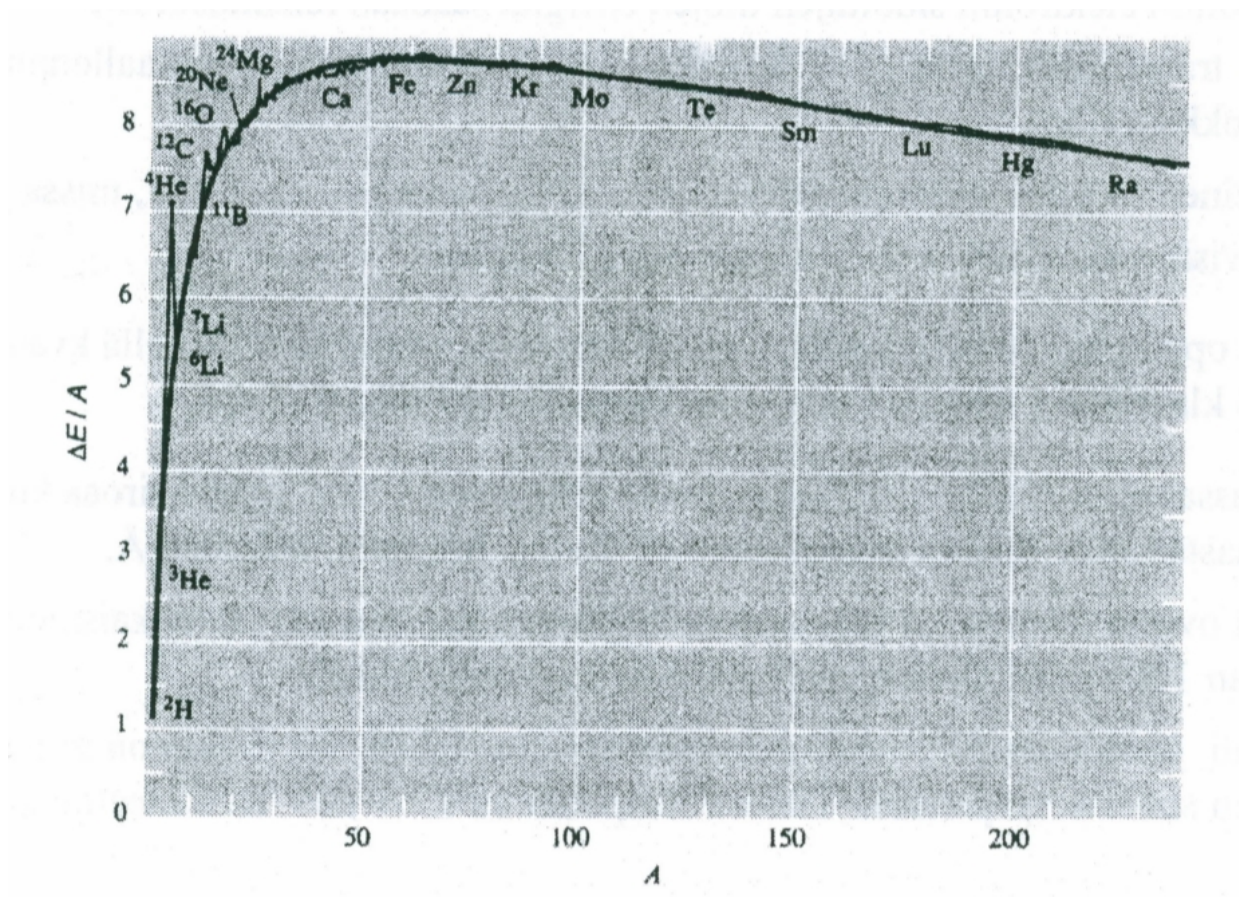
3. Tämän tehtävän teemana ovat kvanttimekaanisten hiukkasten aalto-ominaisuudet. Erityisesti aaltofunktiot sekä odotusarvot.

a) Tarkastellaan kvanttimekaanista hiukkasta, jota kuvaa yksiulotteinen paikasta riippuva aaltofunktio $\psi(x) = Ae^{-|x|/L}$, missä A ja L ovat vakioita. Määritä A siten, että aaltofunktio on oikein normitettu ja laske hiukkasen paikan odotusarvo $\langle x \rangle$. Muista osittaisintegrointi! Mitä huomaat? (3p)

b) Tarkastellaan sitten toista kvanttimekaanista hiukkasta, jota kuvaa kolmiulotteinen, pallokoordinaateista r , θ ja ϕ riippuva aaltofunktio $\psi(r, \theta, \phi) = Be^{-r/L}$, missä B ja L ovat vakioita. Määritä B siten, että aaltofunktio on oikein normitettu ja laske odotusarvo $\langle r \rangle$. Integrointielementti on $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$. Katso myös koepaperin lopussa olevaa aputietolistaa. Mitä huomaat nyt? (5p)

4. Näin talven keskellä on hyvä paneutua aiheeseen, joka kylmästä temastaan huolimatta saa vähintään kirjoituskäden lämpimäksi. Nimittäin: tehtävänäsi on nyt kirjoittaa 1-2 sivun pituinen esse kiinteän aineen rakenteesta ja koossapysymisestä sekä samalla selittää, mistä johtuvat erot eri aineiden sähkön- ja lämmönjohtavuudessa, kovuudessa ja läpinäkyvyydessä vaikkapa Antarktiksien olosuhteissa. Käytä esimerkkeinä (i) kvartsikidettä, (ii) elohopeaa, (iii) merisuolaa ja (iv) lunta. (8p)

5. Kuvassa 1 on esitetty ytimen sidosenergia (yksikkö MeV) nukleonia kohti massaluvun A funktiona. Selitä aluksi, mitä sidosenergialla tarkoitetaan ja millaisilla malleilla sidosenergiaa mallinnetaan ydinfysiikassa. Arvioi kuvan perusteella, kuinka paljon energiaa vapautuu, kun uraaniydin ${}_{92}^{235}\text{U}$ fissioituu symmetrisesti. Arvioi myös, kuinka paljon energiaa vapautuu deuteriumytimen ${}_{1}^2\text{H}$ fuusioreaktiossa. Kumpi reaktioista, fissio vai fuusio, on antoisampi energianlähde? Laske tätä varten kuinka paljon energiaa saadaan kilogrammasta uraanimalmia (uraanin massaosuus malmissa on noin 0,01 ja luonnonuraanin koostumus atomiprosentteina on ${}^{238}\text{U}$: 99,27%, ${}^{235}\text{U}$: 0,72% ja ${}^{234}\text{U}$: 0,0057%) sekä kilogrammasta merivettä (merivedessä deuteriumin massaosuus on noin $160 \cdot 10^{-6}$). Suuruusluokka-arvio riittää vastaukseksi. (8p)



Kuva 1: Ytimen sidosenergia massalukua kohti A :n funktiona. Pisteet ja niitä yhdistävä ohut viiva vastaavat koetuloksia, yhtenäinen harmaa viiva ydinmallien antamaa ennustetta.

Aputietoja

Luonnonvakioita:

$h \approx 6 \cdot 10^{-34}$ Js, $m_e \approx 9 \cdot 10^{-31}$ kg, $e \approx 2 \cdot 10^{-19}$ C, $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s, $M(^{238}\text{U}) \approx 238\text{u} \approx 238$ g/mol, $M(^{235}\text{U}) \approx 235\text{u}$, $M(^{234}\text{U}) \approx 234\text{u}$, $M(^2\text{H}) \approx 2\text{u}$, $1\text{u} \approx 2 \cdot 10^{-27}$ kg, $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n! \quad , \text{ kun } n \in \mathbb{N}$$