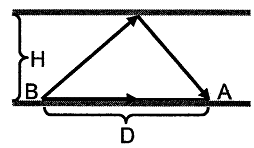
Tfy-0.1064 Fysiikka 4	Tentti 6.9.2012

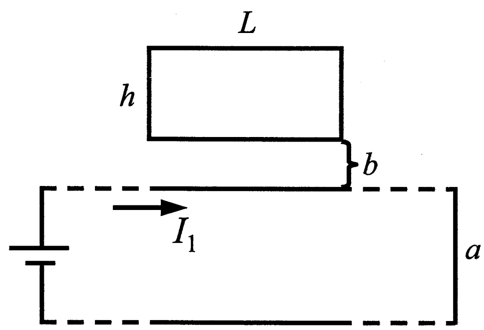
Merkitse jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, koulutusohjelma ja kurssin koodi.
Mainitse suorititko laskuharjoituksia keväällä 2012. **Käytä selkeää käsialaa!**

1. Vastaa lyhyesti ja selkeästi seuraaviin kysymyksiin.
a) Mitä tarkoittaa Braggin sironta ja mihin sitä voidaan soveltaa?
b) Miten voisit mitata sauvamagneetin navan voimakkuuden? (1p)
c) Mikä on Lenzin laki? Näytä, että ymmärrät Lenzin lain sisältyvän Faradayn lakiin. (1p)
d) Selosta lyhyesti sähkömagneettisen säteilyn lähettämisen ja vastaanottamisen periaate. (1p)
e) Mitä tarkoittavat aallon vaihe- ja ryhmänopeus? (1p)
f) Mitä tarkoitetaan sähkömagneettisen aallon polarisaatiolla ja mistä tekijöistä se riippuu? (1p)

2. Tutkitaan ilmakehän vertikaalisuuntaista liikettä oheisen kuvan mukaisella koejärjestelyllä. Radiolähetin B lähettää signaalia taajuudella 10 MHz. Vastaanotin A sijaitsee D = 500 km päässä B:stä ja havaitsee kaksi signaalia: Suoraan maata pitkin tulleen ja H = 200 km korkeudella olevasta ilmakehän kerroksesta heijastuneen. Vastaanotetun signaalin voimakkuudessa havaitaan maksimi 8 kertaa minuutissa. Millä vauhdilla ilmakehän kerros liikkuu vertikaalisuunnassa? Oletetaan, että ilmakehän kerros heijastaa kaiken siihen osuvan signaalin. Maan kaarevuutta ei tarvitse myöskään huomioida. (6p)



3. Laske keskinäisinduktanssi kahdelle suorakaiteen muotoiselle virtapiirille (ks. kuva). Piirit ovat samassa tasossa tyhjiössä ja alemman piirin leveys on paljon suurempi kuin ylemmän piirin leveys. (6p)



4. Maxwellin yhtälöt
a) Kirjoita Maxwellin yhtälöt differentiaalimuodossa ja nimeä esiintyvät suureet. (2p)
b) Tulkitse Maxwellin yhtälöt fysikaalisesti. Perustele huolella. (2p)
c) Miten Maxwellin yhtälöitä käytettäessä huomioidaan väliaine, jossa sähkömagneettista kenttää tarkastellaan? (1p)
d) Osoita, että varauksen säilymislaki on piilossa Maxwellin yhtälöissä. (1p)

5. Lineaarisesti x-polaroituneen sähkömagneettisen harmonisen tasoaallon taajuus on 100 Hz ja se etenee väliaineessa, jonka suhteellinen permittiivisyys on $\varepsilon_r = 4.63$ ja suhteellinen permeabiliteetti $\mu_r = 5.17$ kyseisellä taajuudella. Aallon sähkökentän amplitudi on $6.4 \cdot 10^{-3}$ V/m. Laske
a) Aallon etenemisnopeus. (1p)
b) Tasoaallon aallonpituus. (1p)
c) Määritä magneettikenttäkomponentin amplitudin suuruus. (1p)
d) Kirjoita lauseke sähkö- ja magneettikentälle. (1p)
e) Määritä aallon Poyntingin vektori. (1p)
f) Määritä aallon intensiteetti. (1p)

Vakioiden arvoja

Planckin vakio	$h = 6.6261\cdot 10^{-34}$ Js
$h/2\pi$	$\hbar = 1.0546\cdot 10^{-34}$ Js
valon nopeus tyhjiössä	$c = 2.9979\cdot 10^{8}$ m/s
alkeisvaraus	$e = 1.6022\cdot 10^{-19}$ C
tyhjiön permeabiliteetti	$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N/A^2
tyhjiön permittiivisyys	$\varepsilon_0 = 8.8542\cdot 10^{-12}$ F/m
Boltzmannin vakio	$k = 1.3807\cdot 10^{-23}$ J/K
elektronin lepomassa	$m_e = 9.1094\cdot 10^{-31}$ kg
protonin lepomassa	$m_p = 1.6726\cdot 10^{-27}$ kg
neutronin lepomassa	$m_n = 1.6749\cdot 10^{-27}$ kg
Stefan-Boltzmannin vakio	$\sigma = 5.6705\cdot 10^{-8}$ W/(m^{2}K^4)

Nabla sylinterikoordinaateissa

$$\vec\nabla = \hat r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \hat k\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec\nabla\times\vec A = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat\varphi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial\varphi}\right]\hat k$$

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Nabla pallokoordinaateissa

$$\vec\nabla = \hat r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\hat\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\vec\nabla\times\vec A = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial(\sin\theta A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat r + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat\phi$$

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$
$$= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

Integraaleja

$$\int\sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int\cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int\sin^2 ax\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int\cos^2 ax\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int\sin^3 ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + \frac{1}{3a}\cos^3 ax$$

$$\int\cos^3 ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax - \frac{1}{3a}\sin^3 ax$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2e^{-ax^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}$$

$$\int x\sin ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$

$$\int x\cos ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$

$$\int x^2\sin ax\,dx = \frac{1}{a^3}(2\cos ax + 2ax\sin ax - a^2x^2\cos ax)$$

$$\int x^2\cos ax\,dx = \frac{1}{a^3}(-2\sin ax + 2ax\cos ax + a^2x^2\sin ax)$$

$$\int x^n\sin ax\,dx = -\frac{1}{a}x^n\cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\,dx$$

$$\int x^n\cos ax\,dx = \frac{1}{a}x^n\sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\,dx$$

$$\int x\sin^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2ax}{4a} - \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x\cos^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x\sin 2ax}{4a} + \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x^2\sin^2(ax)dx = \frac{x^3}{6} - \frac{x\cos(2ax)}{4a^2} - \frac{(-1+2a^2x^2)\sin(2ax)}{8a^3}$$

Vektorilaskentaa

$$\vec A\times(\vec B\times\vec C) = (\vec A\cdot\vec C)\vec B - (\vec A\cdot\vec B)\vec C$$

$$(\vec A\times\vec B)\times\vec C = (\vec A\cdot\vec C)\vec B - (\vec B\cdot\vec C)\vec A$$

$$\vec A\cdot(\vec B\times\vec C) = (\vec A\times\vec B)\cdot\vec C$$

$$(\vec A\times\vec B)\cdot(\vec C\times\vec D) = \begin{vmatrix}\vec A\cdot\vec C & \vec A\cdot\vec D\\ \vec B\cdot\vec C & \vec B\cdot\vec D\end{vmatrix}$$

$$\vec\nabla(\psi\xi) = \xi\vec\nabla\psi + \psi\vec\nabla\xi$$

$$\vec\nabla\times(\psi\vec A) = \vec\nabla\psi\times\vec A + \psi\vec\nabla\times\vec A$$

$$\vec\nabla\cdot(\psi\vec A) = \vec\nabla\psi\cdot\vec A + \psi\vec\nabla\cdot\vec A$$

$$\vec\nabla\cdot(\vec A\times\vec B) = \vec B\cdot(\vec\nabla\times\vec A) - \vec A\cdot(\vec\nabla\times\vec B)$$

$$\vec\nabla(\vec A\cdot\vec B) = (\vec A\cdot\vec\nabla)\vec B + (\vec B\cdot\vec\nabla)\vec A + \vec A\times(\vec\nabla\times\vec B) + \vec B\times(\vec\nabla\times\vec A)$$

$$\vec\nabla\times(\vec A\times\vec B) = \vec A(\vec\nabla\cdot\vec B) - \vec B(\vec\nabla\cdot\vec A) + (\vec B\cdot\vec\nabla)\vec A - (\vec A\cdot\vec\nabla)\vec B$$

$$\vec\nabla\times(\vec\nabla\times\vec A) = \vec\nabla(\vec\nabla\cdot\vec A) - \nabla^2\vec A$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\vec A) = 0$$

$$\nabla\times(\nabla\psi) = 0$$

Trigonometeriaa

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\quad\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$

   $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$ $\quad\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot^2\alpha$

2. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

   $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

   $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ $\quad\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

   $\cot(\alpha+\beta) = \frac{\cot\alpha\cot\beta - 1}{\cot\alpha + \cot\beta}$ $\quad\cot(\alpha-\beta) = -\frac{\cot\alpha\cot\beta + 1}{\cot\alpha - \cot\beta}$

3. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

   $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

4. $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$

   $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$

   $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$

5. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

   $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$ $\quad\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$

   $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ $\quad\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

   $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$ $\quad\cot\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$