

Tfy-3.1194 Fysiikka IIB, tentti 21.12.2012
Taulukot tai muut muistiinpanot eivät ole sallittuja.
Ylioppilaskirjoituksissa hyväksytty laskin on sallittu.
Perustele vastauksesi.

Tenttiin ilmoittautuminen on edellytys tenttiin osallistumiselle.

1. Insinööri IN matkustaa rakentamallaan superjunalla, jonka pituus on 500 m ja joka kulkee nopeudella $v = 0,92c$, missä c on valonnopeus. Insinööri IN ajaa junalla tunnelliin. Hänen kaverinsa kauppatieteen maisteri KM katselee junaa ratapenkalta. KM näkee, että juna mahtuu juuri ja juuri tunneliin, johon IN sen ajaa.

- (a) Kuinka pitkä tunneli on?
(b) Kuinka pitkä tunneli on insinööri IN mielestä?
(c) Kuinka suuri on aikaero IN:n mielestä tapahtumille (i) junan veturi tulee ulos tunnelista, (ii) junan viimeinen vaunu sukeltaa tunneliin?

2. Hideki Yukawa ja Cecil Frank Powell saivat Nobel-palkinnon pionien fysiikasta. He mm. ennustivat ja mittasivat pionin massan. Ennuste pionin massalle saadaan, kun tiedetään, että levossa oleva pioni hajoaa myoniksi, jonka massa $m_\mu = 105,659 \text{ MeV}/c^2$ ja massattomaksi neutriinoksi. Syntyvän myonin liikemäärä on $p_\mu = 29,8 \text{ MeV}/c$

- (a) Kuinka suuri on pionin massa?
(b) Kuinka suuri on myonin liike-energia?
(c) Kuinka suuri on neutriinin liike-energia?

3. Elektroni on äärettömän syvässä potentiaalikuopassa, jonka leveys $\ell = 0,1 \text{ nm}$ ja pohjalla potentiaali $U = 0$.

- (a) Osoita, että elektronin mahdolliset energiatilat ovat

$$E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{8m_e \ell^2},$$

missä $n = 1, 2, 3, \dots$

- (b) Kuoppaan sijoitetaan kahdeksan elektronia. Mikä on systeemin Fermi-energia E_f ?

4. Hiukkanen, jonka energia on E törmää potentiaalivalliin, jonka korkeus on U_0 ja leveys ℓ .

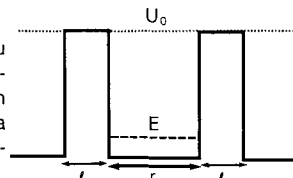
- (a) Osoita, että hiukkasen tunneloitumisen todennäköisyys on

$$T \approx e^{-2G\ell},$$

missä

$$G = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

- (b) Uraanin isotooppi ^{238}U hajoaa, kun α -hiukkanen tunneloituu ulos ytimestä. Laske arvio uraaniytimen elinajalle, kun oletetaan, että α -hiukkasen energia on $E = 4,0 \text{ MeV}$ ja sen on tunneloituttava läpi vallin, jonka korkeus on $U_0 = 32,4 \text{ MeV}$ ja leveys $\ell = 19 \text{ fm}$. Uraaniytimen sisällä α -hiukkasen potentiaalienergia on nolla ja ytimen leveys on $r = 16 \text{ fm}$.



Kuva tehtävään 4 (b) (ei skaalassa).

5. Insinööri IN:n arkkivihollinen Suur Roisto SR pakottaa IN:n nauttimaan radioaktiivista α -säteilevää alkuainetta. SR antaa IN:n valita kahdesta vaihtoehdosta:

- (i) Frankiumia ^{223}Fr , jonka puoliintumisaika $T_{1/2}^{\text{Fr}} = 22,00$ minuuttia
(ii) Poloniumia ^{210}Po , jonka puoliintumisaika $T_{1/2}^{\text{Po}} = 138,376$ vuorokautta

SR:n tarjoamissa makupalloissa poloniumia on aluksi viisikymmenkertainen määrä frankiumiin nähden eli $N_0^{\text{Po}} = 50 N_0^{\text{Fr}}$. IN:n valitsema alkuaine pysyy hänen elimistössään kaksi vuorokautta. Kumpi alkuaine IN:n kannattaa näiden tietojen pohjalta valita, jotta hän saisi pienimmän säteilyannoksen ja olisi parhaassa mahdollisessa kunnossa jatko-osaa varten?

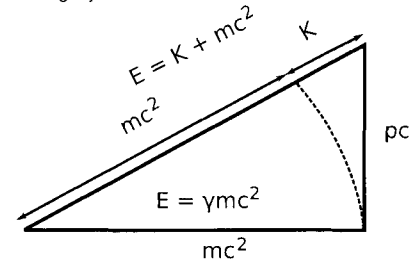
Muutamia hyödyllisiä seikkoja:

1. Lorentz-muunnos:

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{vx'}{c^2}) \end{cases}$$

missä $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ja $\beta = v/c$.

2. Energia ja liikemäärä suhteellisuusteoriassa:



3. Schrödingerin yhtälö:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

4. Luonnonvakioita:

- (a) Valon nopeus $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
(b) Alkeisvaraus $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
(c) Planckin vakio $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
(d) Elektronin massa $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
(e) Atomimassayksikkö $1 \text{ u} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,49 \text{ MeV}/c^2$
(f) α -hiukkasen massa $m_\alpha = 4,00 \text{ u}$