

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

Tentti ja syksyn 2012 kurssin välikokeiden uusinnat 12.01.2013 / Kibble

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2620 Tentti/1.vk/2.vk (merkitse oikea vaihtoehto) SovTnB 12.01.2013
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Lue tarkasti seuraavat ohjeet:

- (1) Jos olet uusimassa 1. välikoetta, vastaa kysymyksiin 1-2 ja 6.
- (2) Jos olet uusimassa 2. välikoetta, vastaa kysymyksiin 3-5 ja 7.
- (3) Jos olet suorittamassa kurssia tentillä, vastaa kysymyksiin 1-5.
- (4) Jos olet suorittamassa 1. välikoetta ensimmäisen kerran ja saanut siihen erikoisluvan, vastaa kysymyksiin 1, 2, 6 ja 8.
- (5) Jos olet suorittamassa 2. välikoetta ensimmäisen kerran ja saanut siihen erikoisluvan, vastaa kysymyksiin 3-5, 7 ja 9.

Tentin kesto on 4 tuntia (vaihtoehto 3). Välikokeiden kesto on 3 tuntia (vaihtoehdot 1, 2, 4 ja 5).

Merkitse vastauspapereihisi selvästi mitä vaihtoehtoa olet suorittamassa!

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohjeet: Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.

1. Dodekaedri eli säännöllinen 12-tahokas on säännöllinen monitahokas, jolla on 12 säännöllisen viisikulmion muotoista tahkoa.
Oletetaan, että sinulla on dodekaedrin muotoinen virheetön noppa, jonka tahkot on numeroitu luvuilla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Heität noppaa 120000 kertaa. Määrää todennäköisyys sille, että tuloksen 11 lukumäärä on suljetulla välillä [9850, 10100].
Noppa on virheetön, jos sen jokaisella tahkolla on sama todennäköisyys tulla tulokseksi.
Ohje: Käytä keskeiseen raja-arvolauseeseen perustuvaa normaalijakauma-approksimaatiota.

2. (a) Korkeakoulun opiskelijoista 20 % on naisia.
Oletetaan, että opiskelijat tulevat koulun opiskelijaravintolaan täysin satunnaisesti. Mikä on todennäköisyys, että ravintolaan on tullut vähintään 5 opiskelijaa ennen ensimmäistä naisopiskelijaa?
(b) Leipuri leipoo aamulla 50 munkkia ja sekoittaa niiden joukkoon 10 edellisenä päivänä myymättä jäänyttä munkkia. Ensimmäinen asiakas ostaa 7 satunnaisesti valittua munkkia. Mikä on todennäköisyys että asiakkaan saamien edellisenä päivänä myymättä jääneiden munkkien lukumäärä on 2?
3. Valimo valmistaa palkkeja. Palkkien paksuus (tuumaa) vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa odotusarvona μ ja varianssina σ^2 , jotka ovat tuntemattomia. Palkkien joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos jonka koko oli $n=7$ ja mitattiin palkkien paksuus: 9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10.0, 10.2, 9.6.
(a) Määrää odotusarvon ja varianssin harhattomat estimaatit.
(b) Määrää 95 %:n luottamusväli palkkien paksuuden odotusarvolle.
4. Eräässä kokeessa verrattiin kahta sademäärän mittaukseen käytettävää laitetta. Kummallakin laitteella mitattiin sademäärät samalla paikalla 6 sadepäivän aikana. Mittaustulokset (sademäärät mm:nä) on annettu alla olevassa taulukossa.
Testaa hypoteesia, että mittarit tuottavat keskimäärin samoja mittaustuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että mittarit tuottavat keskimäärin eri mittaustuloksia. Käytä testissä 1 %:n merkitsevyystasoa.

Laite	1	2	3	4	5	6
A	1.3	9.6	0.3	1.4	5.9	0.5
B	1.4	10.3	0.3	1.5	6.1	0.6

5. Eräässä työpaikassa on 100 naista ja 900 miestä. Naisista tupakoi 10, kun taas miehistä tupakoi 200. Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen hypoteesia, että sukupuoli ja tupakointi ovat työntekijöitä kuvaavina tekijöinä riippumattomia.

6. (a) Olkoot $\Pr(A) = 0.5$ ja $\Pr(B) = 0.3$. Määritä tapahtuman $A \cup B$ todennäköisyys, kun Tehtävä 1: A ja B ovat toisensa poissulkevia.

Tehtävä 2: A ja B ovat riippumattomia.

Tehtävä 3: $\Pr(A|B) = 0.1$.

- (b) Erään liikeyrityksen työntekijöistä 1 % käyttää huumeita. Pikatesti paljastaa 95 % huumeiden käyttäjistä, mutta toisaalta 2 % niistä, jotka eivät käytä huumeita tulee virheellisesti luokitelluiksi huumeiden käyttäjiksi. Määrää todennäköisyys, että pikatestissä huumeiden käyttäjäksi luokiteltu henkilö ei todellisuudessa käytä huumeita.

7. Ajetavan SAS-koodin rivien lukumäärän (muuttuja x) ja ajamisajan (muuttuja y) suhdetta tutkittiin kokeellisesti. Saatu data tiivistettiin seuraaviin lukuihin:

$$n = 10$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 16.75$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 170$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 28.64$$

$$\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 2898$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 285.625$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien β_0 ja β_1 pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Ennusta muuttujan y arvo, kun $x = 15$.
(c) Määrää estimoidun mallin selitysaste R^2 . Mitä tämä arvo kertoo meille?

8. Uurnassa on 5 punaista ja 7 sinistä palloa.

- (a) Poimit urnasta satunnaisesti kolme palloa *takaisinpanolla*. Mikä on todennäköisyys, että saat kolme punaista palloa?
(b) Poimit urnasta satunnaisesti kolme palloa *ilman takaisinpanoa*. Mikä on todennäköisyys, että saat kolme punaista palloa?
(c) Poimit urnasta satunnaisesti kolme palloa *ilman takaisinpanoa*. Mikä on todennäköisyys, että viimeisenä poimittava pallo on punainen, jos kaksi edellistä ovat olleet sinisiä?

9.

Tehdas väittää, että normaalitilanteessa sen valmistamista tuotteista 2.5 % on viallisia. Asiakas poimii tuotteiden joukosta yksinkertaisen satunnaisotoksen, jonka koko on 100, ja löytää 9 viallista tuotetta. Voidaanko tehtaan väitettä viallisten tuotteiden suhteellisesta osuudesta pitää oikeutettuna?

Vastaa kysymykseen määräämällä otoksesta 95 %:n ja 99 %:n *luottamusväli* viallisten tuotteiden todelliselle suhteelliselle osuudelle ja tekemällä johtopäätökset tehtaan väitteen oikeutuksesta niiden perusteella.