

# Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

2. välikoe 20.12.2012 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 2. välikoe 20.12.2012
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

**Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

**Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi: pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.**

1. (a) Oletetaan, että jatkuvat satunnaismuuttujat  $X$  ja  $Y$  ovat riippumattomia ja noudattavat tasaista jakaumaa välillä  $(-1, +1)$ . Johda satunnaismuuttujan  $U = X + Y$  kertymäfunktio.
- (b) Oletetaan, että minuutin aikana palvelujonoon tulevien asiakkaiden lukumäärä on satunnaismuuttuja, joka noudattaa Poisson-jakaumaa intensiteetti-parametrilla 10.

Tarkastellaan peräkkäisten asiakkaiden jonoon tulon väliaikaa satunnaismuuttujana. Olkoot  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  kymmenen peräkkäisen asiakkaan jonoon tulojen väliajat. Johda satunnaismuuttujan

$$X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$$

jakauma.

2. (a) Kultajyvien lukumäärä hiekassa on Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja niin, että kuutiodesimetrissä hiekkaa on keskimäärin 2 jyvää.  
Määrää todennäköisyys sille, että kuutiometrissä hiekkaa on vähemmän kuin 1990 jyvää.
- (b) Oletetaan, että heität 100000 kertaa virheetöntä oktaedrin muotoista noppaa, jonka sivutahkot on merkitty numeroin 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8.  
Määrää todennäköisyys sille, että numero 7 tai 8 esiintyy heittotulosten joukossa yli 25200 kertaa.  
Oktaedri on säännöllinen monitahokas, jossa on 8 tasasivuisen kolmion muotoista sivutahkoa. Oktaedrin muotoinen noppa on virheetön, jos jokaisella numerolla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 on sama todennäköisyys tulla heiton tulokseksi.

3. Tutkimuksessa verrattiin toisiinsa kahta teräsvaijereiden lujuuden mittaamisessa käytettävää menetelmää. Vertailu toteutettiin siten, että yhdeksästä eripaksuisesta vaijerista mitattiin metrin mittaisen pätkän lujuus molemmilla menetelmillä.

Mittalukujen summat ja neliösummat sekä mittalukujen pareittaisten erotusten summa ja neliösumma on annettu alla:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^9 A_i &= 12.061 & \sum_{i=1}^9 A_i^2 &= 16.333681 \\ \sum_{i=1}^9 B_i &= 9.596 & \sum_{i=1}^9 B_i^2 &= 10.250976 \\ \sum_{i=1}^9 (A_i - B_i) &= 2.465 & \sum_{i=1}^9 (A_i - B_i)^2 &= 0.821151 \end{aligned}$$

$A_i$  = vaijerin  $i$  lujuus mitattuna menetelmällä  $A$

$B_i$  = vaijerin  $i$  lujuus mitattuna menetelmällä  $B$

Testaa 0.1 %:n merkitsevyystasolla nollahypoteesia, jonka mukaan menetelmät  $A$  ja  $B$  tuottavat *keskimäärin* samat mittaustulokset, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että menetelmät  $A$  ja  $B$  tuottavat *keskimäärin* eri mittaustulokset.

Havaintoaineiston saa olettaa normaalijakautuneeksi.

4. Tutkimuksessa laskettiin sanan *may* esiintymisten lukumäärä 262 englanninkielisessä tekstikappaleessa, joiden pituus oli suunnilleen 200 sanaa. Keskimääräiseksi lukumääräksi saatiin 0.66 ja esiintymisten lukumäärät jakautuivat tekstikappaleiden joukossa eri luokkiin seuraavasti:

Esiintymisten lukumäärä	0	1	2	> 2
Tekstikappaleiden lukumäärä	156	63	29	14

Testaa 1 %:n merkitsevyystasolla nollahypoteesia, jonka mukaan sanan *may* esiintymisten lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa.

5. Polymeerin viskositeetti (muuttuja  $y$ ) riippuu prosessin lämpötilasta (muuttuja  $x_1$ ) ja erään katalyytin syöttönopeudesta (muuttuja  $x_2$ ).

Riippuvuutta tutkittiin mittaamalla viskositeetti 16 lämpötilan ja katalyytin syöttönopeuden kombinaatiolle ja estimoimalla havaintoaineistosta lineaarinen regressiomalli

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$$

Testaa nollahypoteesia

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

1 %:n merkitsevyystasolla, kun selitettävän muuttujan  $y$  varianssi oli 3175.729 ja estimoidun mallin jännösneliösumma oli 3478.851.

**Huomaa, että Mellinin kaavakokoelmassa log tarkoittaa luonnollista logaritmia, jonka kantalukuna on siis  $e$ .**