Aalto-universitetet

Gripenberg, Pohjonen, Solin

Mat-1.1520 Grundkurs i matematik 2
Mellanförhör 2 29.3.2011

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
En räknedosa (godkänd för studentexamen) är ett tillåtet hjälpmedel i detta prov!

1. (4p) Antag att D är (området innanför) triangeln med hörn i punkterna $(1,-1)$, $(1,3)$ och $(-3,3)$. Bestäm integrationsgränserna då man skriver

$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \int_?^? \left(\int_?^? f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y \quad \text{och} \quad \iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = \int_?^? \left(\int_?^? f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x.$$

Rita en bild!

2. (4p) Beräkna integralen

$$\iint_D \mathrm{e}^{-x^2-4y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

där $D = \{\,(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, \quad y > 0\,\}$ genom att göra variabelbytet $x = 2r\cos(t)$ och $y = r\sin(t)$.

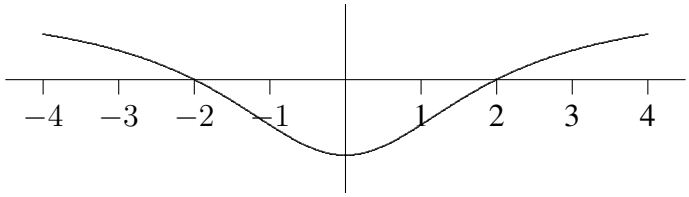
3. (4p) Skriv kurvintegralen $\int_C \mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}$ som en vanlig enkel integral med en variabel då $\mathbf{F}(x,y) = y\mathbf{i} + \cos(x+y)\mathbf{j}$ och C är sträckan från punkten $(-2,3)$ till punkten $(1,-1)$. Du behöver inte räkna ut integralen!

4. (4p) Använd Greens teorem för att beräkna kurvintegralen $\oint_C \mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}$ då $\mathbf{F}(x,y) = xy\mathbf{i} + (\frac{1}{2}x^2 + 3x)\mathbf{j}$ och C är kurvan som består av sträckan från $(0,0)$ till $(2,0)$, cireklbågen med mittpunkt i $(0,0)$ i positiv riktning (dvs. i första kvadranten) från $(2,0)$ till $(0,2)$ och sträckan från $(0,2)$ till $(0,0)$.

5. (4p) Lös differentialekvationen

$$y'(t) = y(t)^4, \quad t \geq 0, \quad y(0) = -2.$$

6. (2p) Antag att grafen av funktionen f ser ut ungefär såhär



Antag att $y(t)$ är lösningen till ekvationen $y'(t) = f(y(t))$, $y(0) = 0$. Bestäm $\lim_{t\to\infty} y(t)$ och förklara kort hur du resonerat.

VÄND!!

7. (2p) Vad är det man vill (approximativt) räkna ut om man i `matlab/octave` ger kommandona

```
f=@(t,s)sin(t+s)+s.^2;
dblquad(f,2,3,4,5)
```

Några formler:

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) \mathrm{d}A = \oint_{\partial D} P\,\mathrm{d}x + Q\,\mathrm{d}y$$

$$\iint_D \nabla \cdot \mathbf{F}\,\mathrm{d}A = \oint_{\partial D} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\,\mathrm{d}s$$

$$\iint_Y (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\,\mathrm{d}S = \oint_{\partial Y} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$$

$$\iiint_B \nabla \cdot \mathbf{F}\,\mathrm{d}V = \iint_{\partial B} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\,\mathrm{d}S$$

$$\iiint_\Omega \mathbf{w} \cdot (\nabla v)\,\mathrm{d}V = \iint_{\partial\Omega} (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) v\,\mathrm{d}S - \iiint_\Omega (\nabla \cdot \mathbf{w}) v\,\mathrm{d}V$$

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$$