

Mat-1.1510 Grundkurs i matematik 1  
Mellanförhör 3 12.12.2011

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!  
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!

- (4p) Vilken integral får man som resultat om man i integralen  $\int_0^2 \cos(\sqrt{t+3}) \sin(t) dt$  gör variabelbytet  $\sqrt{t+3} = x$ . Räkna inte ut integralen!
- (3p) Gamma-funktionen definieras med  $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt$  då  $\alpha > 0$ . Visa med hjälp av partiell integrering att  $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha)$  då  $\alpha > 0$ .
- (4p) Beträffande en kontinuerlig funktion  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  känner man till följande värden:

x	0	0.6	1.0	1.8	2.2	2.4	3
f(x)	1.2	1.4	1.0	1.2	0.8	0.6	0.6

Hur kan man bestämma ett närmevärde för  $\int_0^3 f(x) dx$ ? Observera att avstånden mellan de givna punkterna på  $x$ -axeln inte är lika långa. Du behöver inte räkna ut ett slutligt värde men ge ett uttryck som man enkelt kunde räkna ut med hjälp av en räknare.

- (4p) Antag att  $y(t)$  är lösningen till differentialekvationen

$$y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = 2t, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$$

Bestäm Laplace-transformen av  $y(t)$ . Kom ihåg att  $\mathcal{L}(1)(s) = \frac{1}{s}$  och vad resultatet blir då en Laplace-transform deriveras. Räkna inte ut  $y(t)$ !

- (3p) Funktionerna  $\sin(\omega t)$  och  $\cos(\omega t)$  har Laplace-transformerna  $\mathcal{L}(\cos(\omega t))(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$  och  $\mathcal{L}(\sin(\omega t))(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ . Vilken funktion har Laplace-transformen  $\frac{e^{-2s}(s+2)}{s^2+9}$ .  
*Ledning: Kom ihåg förskjutningsreglerna  $\mathcal{L}(e^{at}f(t))(s) = \mathcal{L}(f)(s-a)$  och  $\mathcal{L}(u(t-a)f(t-a))(s) = e^{-as}\mathcal{L}(f)(s)$ .*

- (3p) Är det sant att om  $x = d_k d_{k-1} \dots d_1 d_0$  dvs.  $x = d_k \cdot 10^k + \dots + d_1 \cdot 10^1 + d_0 \cdot 10^0$  så är  $\text{mod}(x, 3) = \text{mod}(d_k + d_{k-1} + \dots + d_1 + d_0, 3)$  dvs.  $[x]_3 = [d_k + d_{k-1} + \dots + d_1 + d_0]_3$ . Motivera ditt svar.

- (3p) Använd Euklides algoritm för att bestämma den största gemensamma delaren av talen 85 och 55.