T-61.3025 Hahmontunnistuksen perusteet

Tentti 4. 3. 2013 (ENGLISH on the other side)

1. On annettuna kaksi lineaarisesti erottuvaa luokkaa d-ulotteisessa hahmoavaruudessa. Esitä kolme erilaista perusteltua tapaa muodostaa luokille lineaarinen luokitin (joka siis jakaa hahmoavaruuden kahteen puoliavaruuteen sopivan hypertason avulla).

2. Muodosta yksiulotteinen Parzen-estimaatti tiheysfunktiolle p_x annetuista näytteistä

$$x^{(i)} : 2.5, 2.8, 3.4, 4.2, 4.5, 4.7, 5.2, 5.6, 7.5.$$

   Käytä tasakylkisen kolmion muotoista ikkunafunktiota (kernel-funktiota). Valitse sen leveys (kannan pituus) sopivasti. Matemaattista lauseketta ei tarvita, vaan piirtämällä tehty ratkaisu kelpaa.

3. Esitä, mikä on luokittelun XOR-ongelma, ja ratkaise se polynomiluokittimella.

4. Yritetään saada aikaan neliöitä kieliopilla, jonka päätesymbolit (terminaalisymbolit) ovat yksikköjana oikealle o, yksikköjana alas a, negaatio $\neg$ ja konkatenaatio $+$. Esimerkiksi yksikköneliö on siis $o + a + \neg o + \neg a$. Välikesymboleita (ei-terminaaleja) ovat

$$Nelio, Sivu1, Sivu2, Sivu3, Sivu4$$

   ja muodostussääntöjä (production rules)

$$\begin{aligned} Nelio &\rightarrow Sivu1 + Sivu2 + Sivu3 + Sivu4 \\ Sivu1 &\rightarrow o \mid Sivu1 + o \\ Sivu2 &\rightarrow a \mid Sivu2 + a \\ Sivu3 &\rightarrow \neg o \mid Sivu3 + \neg o \\ Sivu4 &\rightarrow \neg a \mid Sivu4 + \neg a \end{aligned}$$

   a) Onnistuuko neliöiden tuottaminen?

   b) Osoita, että kielioppi tuottaa jotakin muutakin kuin neliöitä.

   c) Miten kielioppia pitäisi muuttaa, jotta se tuottaisi pelkkiä neliöitä?

5. Tarkastellaan Itseorganisoivaa karttaa (Self-Organizing Map, SOM) tapauksessa, missä neuronihila on 1-ulotteinen (neuroneilla on vain yksi indeksi) ja input-avaruus samoin 1-ulotteinen. Siten myös neuronien painot ovat skalaarilukuja. Oletetaan että neuronin i naapurit ovat $i-1$ ja $i+1$ paitsi päissä ($i = 1, i = N$), joissa on vain yksi naapuri. Osoita että jos kartta on järjestyneessä tilassa (painot indeksien mukaisessa suuruusjärjestyksessä), se ei Kohosen opetusalgoritmissa voi joutua epäjärjestykseen, mikäli opetuskertoimella α on sopiva arvo. Millä välillä täytyy α:n olla?

ENGLISH TRANSLATIONS (FINNISH on the other side)

1. We are given two linearly separable classes in a d dimensional pattern space. Present three different well-founded ways to build a linear classifier for the classes (the classifier divides the pattern space into two half-spaces by a suitable hyperplane).

2. Construct a one-dimensional Parzen estimate for the density function p_x based on the sample

$$x^{(i)} : 2.5, 2.8, 3.4, 4.2, 4.5, 4.7, 5.2, 5.6, 7.5.$$

   Use a window (kernel) function that has a shape of an isosceles triangle (two of the sides have equal lengths). Choose the width (length of the base) suitably. Mathematical expression is not needed, it is enough to plot the solution.

3. Present the XOR problem in classification, and solve it using a polynomial classifier.

4. Let us try to produce squares using a grammar whose terminal symbols are a line of unit length to the right o, a line of unit length downwards a, negation $\neg$ and concatenation $+$. For example a unit square is $o + a + \neg o + \neg a$. Non-terminals are

$$Square, Side1, Side2, Side3, Side4$$

   and the production rules are

$$\begin{aligned}
Square &\rightarrow Side1 + Side2 + Side3 + Side4 \\
Side1 &\rightarrow o \mid Side1 + o \\
Side2 &\rightarrow a \mid Side2 + a \\
Side3 &\rightarrow \neg o \mid Side3 + \neg o \\
Side4 &\rightarrow \neg a \mid Side4 + \neg a
\end{aligned}$$

   a) Is the grammar able to produce squares?

   b) Show that the grammar produces also something else than just squares.

   c) How should the grammar be changed in order to make it produce only squares?

5. Consider the Self-Organizing Map (SOM) in a case where the neuron grid is one-dimensional (each neuron has only one index) and the input space is one-dimensional as well. Thus the weights of the neurons are one-dimensional, too. Assume that the neighbors of neuron i are $i-1$ and $i+1$, except at the ends ($i = 1, i = N$) where there is only one neighbor. Show that if the map is in an ordered state (the weights are in the same order as the neuron indeces), it cannot get disordered in the Kohonen learning algorithm, if the learning rate α has a suitable value. What is the suitable interval for α ?