Kul-34.3100 Virtausmekaniikan perusteet

1. välikoe 07.03.2013

Muistathan, että perustelut ovat tärkeä osa laskua ja arvostelua!

Properties of air

density: $\varrho_{\text{air}} = 1.23\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{air}} = 1.79 \times 10^{-5}\,\text{N·s/m}^2$

Properties of water

density: $\varrho_{\text{water}} = 1\,000\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{water}} = 1.12 \times 10^{-3}\,\text{N·s/m}^2$

Gravitational acceleration: $g = 9.81\,\text{m/s}^2$.

Equations When you use these equations, please explain what you are doing and what principle you are applying. Not all the equations may be needed.

Bernoulli equation: $p + \varrho g h + \frac{1}{2}\varrho V^2 = p_T$

Energy balance:

$$\left(p + \varrho g h + \tfrac{1}{2}\varrho V^2\right)_{\text{out}} = \left(p + \varrho g h + \tfrac{1}{2}\varrho V^2\right)_{\text{in}} + \text{work done on the CV} - \text{losses}$$

Losses: $\Delta p_{\text{friction}} = \left(f\,\dfrac{L}{D}\right)\tfrac{1}{2}\varrho V^2$ and $\Delta p_{\text{loss}} = K\,\tfrac{1}{2}\varrho V^2$

Reynolds number: $\text{Re}_L = \dfrac{\varrho V L}{\mu}$

Power: $P = \Delta p\, Q$

Mass flux: $\dot{m} = \int_A \varrho \vec{V} \cdot \vec{n}\,\text{d}A$

Momentum flux: $\int_A \vec{V}\,\varrho \vec{V} \cdot \vec{n}\,\text{d}A$

When velocity is constant on surface A, momentum flux: $\dot{m}\vec{V}$

Momentum balance: $\sum \vec{F} = \text{momentum flux out} - \text{momentum flux in}$

Moment of momentum equation:

$$\Sigma\vec{T} = \dot{m}_{\text{out}}\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}}\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)_{\text{in}}$$
$$\vec{r} \times \vec{V} = \pm r\,V_\theta$$

Euler turbomachine equation:

$$P = \dot{m}\,(\pm U\,V_\theta)_{\text{out}} - \dot{m}\,(\pm U\,V_\theta)_{\text{in}}$$

Buckingham Π-theorem:

If an equation involving k variables is dimensionally homogeneous, it can be reduced to a relationship among $k-r$ independent dimensionless products, where r is the minimum number of reference dimensions required to describe the variables.

Criteria for the repeating variables:

1. The number of repeating variables is equal to the number of reference dimensions.
2. All the required reference dimensions must be included within the group of repeating variables.
3. Each repeating variable must be dimensionally independent of the others.

Moody chart and basic potential functions are at the end of the exam

Material derivative

$$\frac{\mathrm{D}\varrho}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\varrho = \frac{\partial \varrho}{\partial t} + u\frac{\partial \varrho}{\partial x} + v\frac{\partial \varrho}{\partial y} + w\frac{\partial \varrho}{\partial z}$$

Continuity equation:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{V}} \varrho \,\mathrm{d}\mathcal{V} + \int_A \varrho\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A = 0$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\varrho\vec{V}\right) = \frac{\mathrm{D}\varrho}{\mathrm{D}t} + \varrho\left(\nabla\cdot\vec{V}\right) = 0$$

Navier-Stokes equations: (gravity acts in negative z-direction)

$$\varrho\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\varrho\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

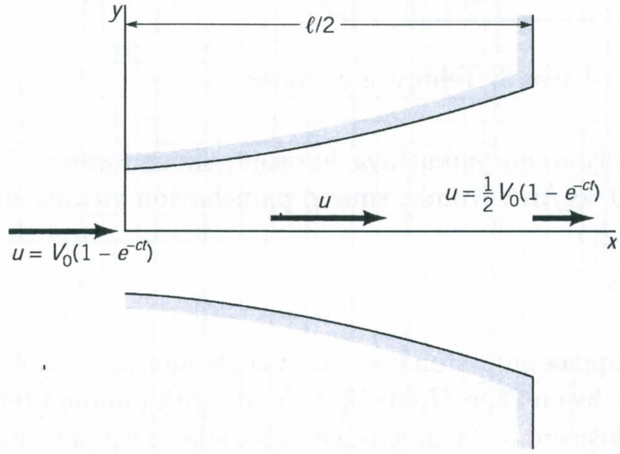
$$\varrho\frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \varrho g$$

Viscous stress for a Newtonian fluid: (expressed in *Cartesian index notation*)

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + \delta_{ij}\,\lambda\,\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

Tehtävä 1. [6 pts.]

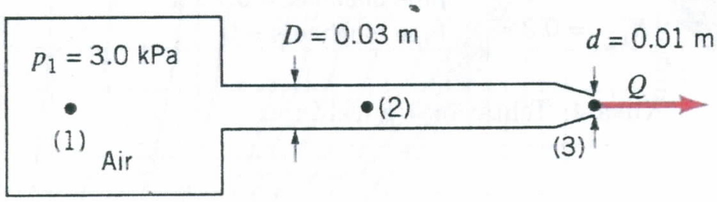
Kun venttiili avataan, vesi virtaa kuvan 1 diffuusorin läpi kiihtyvällä nopeudella siten, että nopeus keskilinjalla on $\vec{V}(x,t) = u\hat{\imath} = V_o\,(1 - x/\ell)\,[1 - \exp(-c\,t)]\,\hat{\imath}$ missä V_o, ℓ ja c ovat vakioita. Määritä kiihtyvyys x:n ja t:n funktiona. Jos $V_o = 10\,\mathrm{m/s}$ ja $\ell = 5\,\mathrm{m}$, mikä nollasta poikkeava arvo tarvitaan suureelle c, jotta kiihtyvyys olisi nolla kaikilla x:n arvoilla ajanhetkellä $t = 1\,\mathrm{s}$?



Kuva 1: Tehtävän 1 diffuusori.

Tehtävä 2. [6 pts.]

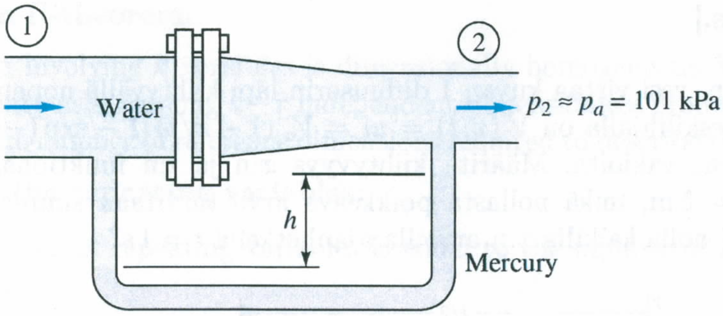
Ilma virtaa ympäristöönsä nähden 3,0 kPa ylipaineistetusta tankista putken ($D =$ 0,03 m) ja edelleen suuttimen ($d =$ 0,01 m) kautta ulkoilmaan (kuva 2). Tankin paine pidetään vakiona ja ulkoilman tiheys on $\varrho_{\mathrm{air}} = 1.23\,\mathrm{kg/m^3}$. Laske suuttimen tilavuusvirta ja paine putkessa.



Kuva 2: Tehtävän 2 ylipaineistettu ilmasäiliö.

Tehtävä 3. [6 pts.]

Kuvassa 3 olevan suuttimen mitat ovat $D_1 = 8\,\mathrm{cm}$, $D_2 = 5\,\mathrm{cm}$, ja paine $p_2 =$ $1\,\mathrm{atm} \approx 101\,\mathrm{kPa}$. Jos nopeus $V_1 = 5\,\mathrm{m/s}$ ja manometrin lukema $h = 58\,\mathrm{cm}$,

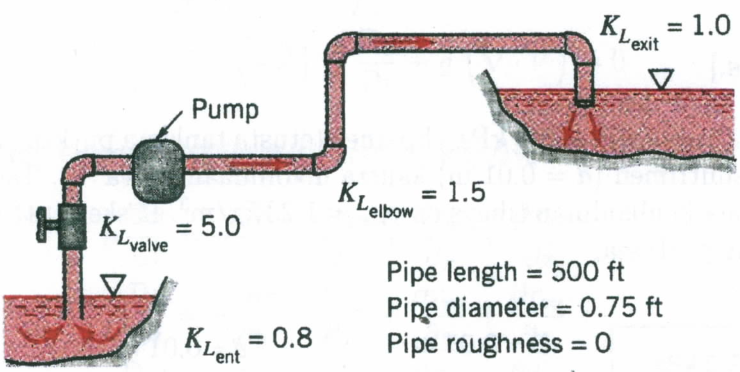


Kuva 3: Tehtävän 3 suutin.

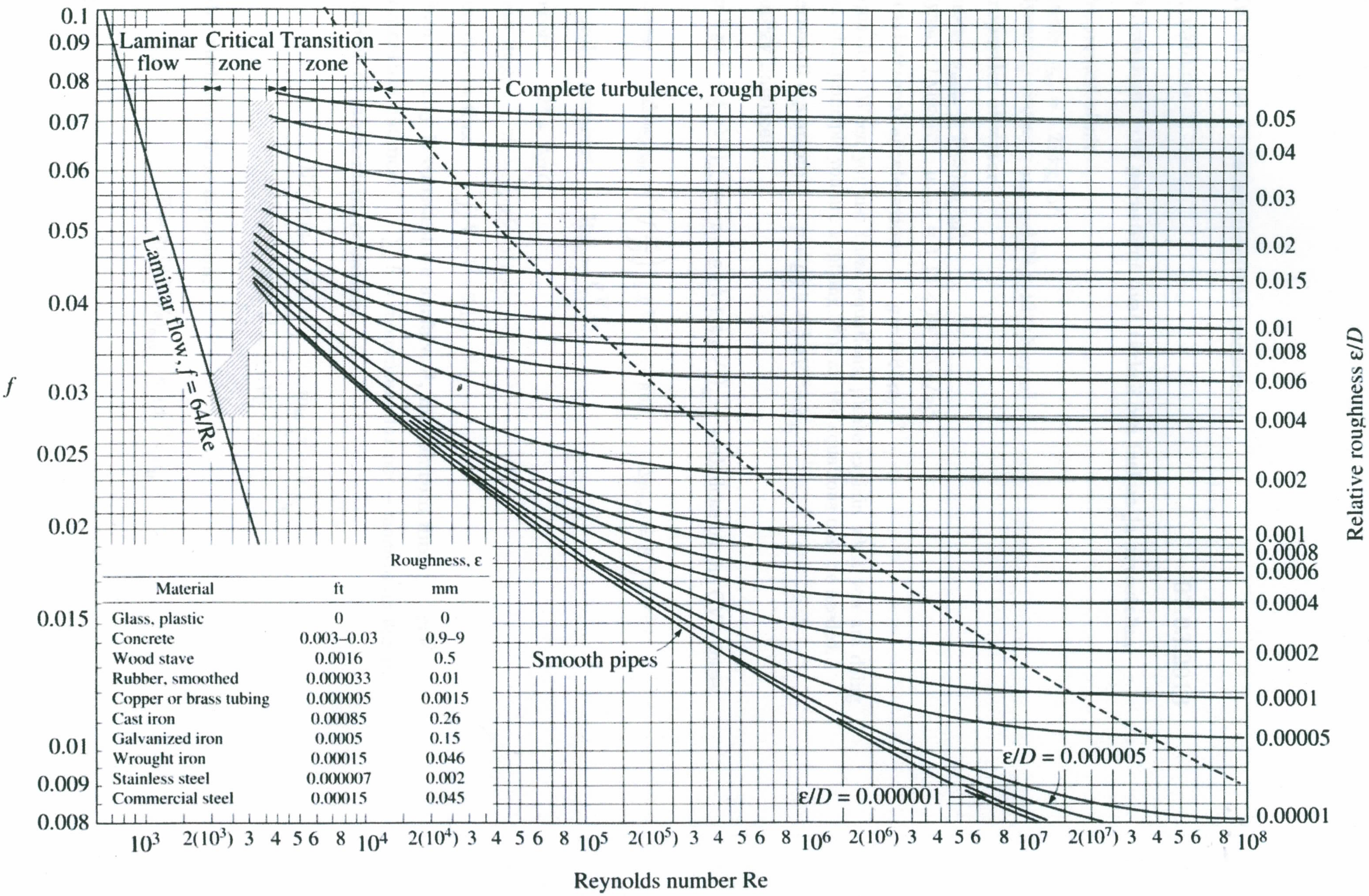
määritä pultattuun liitoskohtaan vaikuttava horisontaalinen voima. Elohopean tiheys on $\varrho_{\text{Hg}} = 13.5 \times 10^3\,\text{kg/m}^3$. Kuinka suuren painehäviön virtaus aiheuttaa?

Tehtävä 4. [6 pts.]

Kuvassa (4) pumppu pumppaa putkiston kautta vettä alemmasta lammesta ylempään. Pumpun nostokorkeus on 76 m (7,46 $\cdot\, 10^5$ Pa). Määritä pumpun teho. Lampien pintojen välinen korkeusero on 60 m, putken halkaisija 23 cm ja pituus 152 m. Putken materiaali on sileää. Putkistossa olevan venttiilin vastuskerroin on 5, mutkien vastuskertoimet 1,5, ulosvirtauksen 1 ja sisäänvirtauksen 0,8.



Kuva 4: Tehtävän 4 putkilinja.



Material	Roughness, ε ft	Roughness, ε mm
Glass, plastic	0	0
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045