

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

2. välikoe 04.05.2013 / Aro

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- Mat-1.2620 SovTnB 2. vk 04.05.2013
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohje: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. Tehdas valmistaa vappuhiiskuja. Vappuhiiskun varren pituus vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa. Hiiskujen joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos, jonka koko oli 30. Otoskeskiarvoksi saatiin 19.99 cm ja otosvarianssiksi 0.05 cm^2 .
 - (a) Määrää 95 %:n luottamusväli hiiskun varren pituuden odotusarvolle.
 - (b) Määrää 90 %:n luottamusväli hiiskun varren pituuden varianssille.
 - (c) Selitä lyhyesti, mitä a- ja b-kohdissa lasketut luottamusvälit tarkoittavat.

2. Alla on annettu kahden muuttujan havaintoaineisto. Oletetaan, että havainnot

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$$

muodostavat satunnaisotoksen kaksiulotteisesta normaalijakaumasta.

Havainnon nro	X	Y
1	-2	1
2	0	1
3	1	0
4	1	0
5	2	-1

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollihypoteesia

$$H_0 : \rho = 0,$$

jossa ρ on muuttujien x ja y korrelaatiokerroin, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on

$$H_1 : \rho < 0.$$

3. Härpäkkeitä valmistava yritys epäilee, että tehtaassa X valmistetut kappaleet sisältävät todennäköisemmin vakavia vikoja kuin muissa tehtaissa valmistetut. Tämän teorian tueksi poimitaan tehtaassa X valmistetuista härpäkkeistä tarkastettavaksi sadan kappaleen suuruinen yksinkertainen satunnaisotos. Näistä härpäkkeistä kahdeksan havaitaan sisältävän vakavia vikoja. Muissa tehtaissa valmistetuista härpäkkeistä poimitusta 200 kappaleen suuruisesta yksinkertaisesta satunnaisotoksesta löydetään 12 härpäkettä, joissa on vakavia vikoja.

Testaa 1% merkitsevyystasoa käyttäen nollihypoteesia, jonka mukaan vakavia vikoja sisältävien härpäkkeiden suhteellinen osuus on suurempi tehtaassa X valmistettujen härpäkkeiden joukossa kuin muissa tehtaissa valmistettujen joukossa.

4. Eräessä tutkimuksessa selvitettiin, ovatko äänioikeutettujen henkilöiden verouudistusta koskevat mielipiteet riippumattomia heidän tulotasostaan. Tutkimuksessa poimittiin tuhannen äänioikeutetun henkilön suuruinen yksinkertainen satunnaisotos, joka luokiteltiin tulotason (matala, keskisuuri tai korkea) ja verouudistusta koskevan kannan (puolesta tai vastaan) mukaan. Havaitut frekvenssit on esitetty alla olevassa taulukossa.

Testaa χ^2 -riippumattomuustestiä käyttäen nollihypoteesia, jonka mukaan äänioikeutetun verouudistusta koskeva mielipide ja tulotaso ovat riippumattomia. Käytä testissä 5% merkitsevyystasoa.

Tulotaso →	Matala	Keskisuuri	Korkea
Mielipide ↓			
Puolesta	182	213	203
Vastaaan	154	138	110

5. Mitattaessa neljän henkilön verenpainetta saatiin seuraavat tulokset (X on henkilön ikä ja Y henkilön verenpaine):

x	40	55	60	65
y	125	152	150	158

$$\bar{x} = 55.00 \quad s_x^2 = 116.67$$

$$\bar{y} = 146.25 \quad s_y^2 = 212.25$$

$$s_{xy} = 151.67$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i : N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien β_0 ja β_1 pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Jäännösvarianssin σ^2 harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon $s^2 = 22.625$. Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun $x = 50$. Määrää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.