

# Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 26.10.2012 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 26.10.2012
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

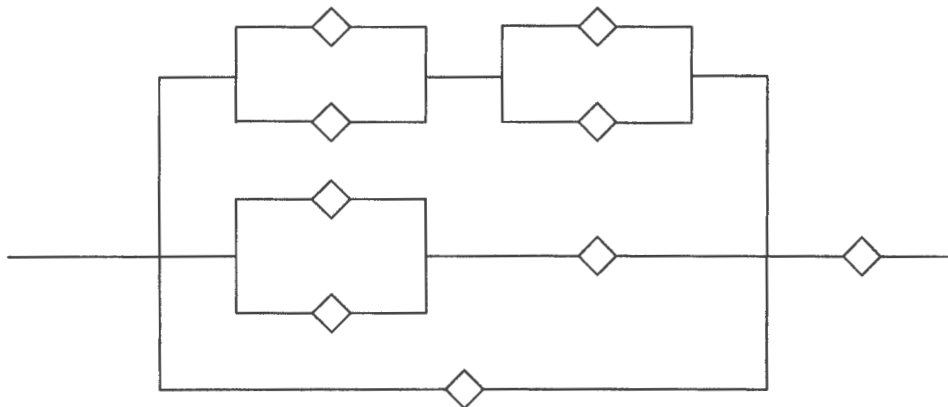
**Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

**Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi: pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.**

1. (a) Tiedonsiirtojärjestelmä välittää numeroita 0 ja 1. Numero 1 tulee perille numerona 1 todennäköisyydellä 0.8 ja numerona 0 todennäköisyydellä 0.2. Tiedonsiirron parantamiseksi numero 1 koodataan lähetettäessä jonoksi 111 ja numero 0 jonoksi 000. Koodeja purettaessa jonot 111, 110, 101, 011 tulkitaan numeroksi 1 ja kaikki muut jonot numeroksi 0.

Laske todennäköisyys, että numero 1 tulee perille *oikeassa* muodossa.

- (b) Kuvio alla esittää yhdeksän komponentin (merkitty vinoneliöillä) toimintaverkkoa. Oletetaan, että yhdenkään komponentin toiminta ei riipu muiden komponenttien toiminnasta. Mikä on todennäköisyys, että verkko toimii, jos jokaisen yksittäisen komponentin todennäköisyys toimia on 0.5?



2. (a) Laatikossa on 15 säilykepurkkia lihaa, joista 4 on pilaantunut. Purkeista valitaan satunnaisesti 5 kappaletta tarkastettavaksi.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen purkkien joukossa ei ole yhtään pilaantunutta purkkia?

Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen purkkien joukkoon tulee täsmälleen 2 pilaantunutta?

- (b) Kuulalaakerien kuulien painot ovat normaalijakautuneita satunnaismuuttujia parametrein  $\mu = 20$  g ja  $\sigma^2 = 0.01$  g<sup>2</sup>. Oletetaan, että poimit kuulien joukosta satunnaisesti kuulia yhden kerrallaan, kunnes olet löytänyt 2 kuulaa, joiden paino on yli 20.1 g.

Kysymys 1: Kuinka monta kuulaa joudut keskimäärin poimimaan?

Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että joudut poimimaan enemmän kuin 2 kuulaa?

3. (a) Olkoon  $X$  satunnaismuuttuja, jolle  $E(X) = 3$  ja  $\text{Var}(X) = 1$ . Olkoon

$$A = \{ |X - E(X)| \leq 3 \}$$

Määrää todennäköisyyden  $\Pr(A)$  pienin mahdollinen arvo.

- (b) Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  kertymäfunktio

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Määrää  $E(X)$ .

- (c) Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{\mu} \exp\left(-\frac{1}{\mu}x\right), & x \geq 0 \end{cases}$$

Määrää satunnaismuuttujan  $X$  standardipoikkeama.

4. (a) Olkoon 2-ulotteisen diskreetin jakauman pistetodennäköisyysfunktio

$$\Pr(X = +1, Y = 0) = \Pr(X = 0, Y = +1) = \Pr(X = -1, Y = 0) = \Pr(X = 0, Y = -1) = 1/4$$

Ovatko  $X$  ja  $Y$  riippumattomia?

- (b) Olkoon satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  yhteisjakauman tiheysfunktio

$$f(x, y) = x + y, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

Määrää ehdollinen odotusarvo  $E(X|Y)$ .