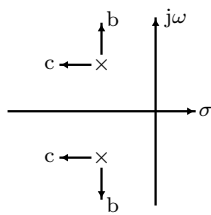


Laske tehtävät 1–2 eri paperille kuin tehtävät 3–5. Muista kirjoittaa jokaiseen paperiin **selvästi** nimi, opiskelijanumero, kurssin nimi ja koodi. **Epäselvät vastauspaperit voidaan jättää arvostelematta.** Tehtävät lasketaan korkeakoulun koepaperille. Muita papereita ei tarkasteta.

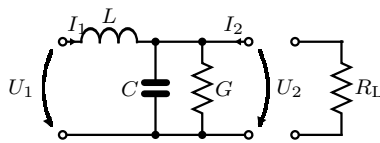
1.



Kuvassa on esitetty systeemifunktion navat.

- (a) Piirrä kuvan napoja vastaava aika-alueen signaali (ominaisvaste).
- (b) Kuinka signaali muuttuu, jos napoja siirretään nuolien b mukaisesti?
- (c) Kuinka signaali muuttuu, jos napoja siirretään nuolien c mukaisesti?
- (d) Onko piiri stabiili, jos sen systeemifunktio on $H(s) = \frac{1}{s^2 + 9}$?

2.

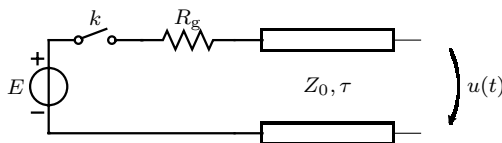


- a) Ratkaise oheisen kaksiportin y -parametrit (ilman R_L :ää).
- b) Määrä y -parametrisijaiskytkennän avulla siirtofunktio $U_2(s)/I_1(s)$, kun resistanssi R_L kytketään porttiin 2.

$$L = 2 \text{ H} \quad C = 3 \mu\text{F} \quad G = 1 \text{ mS}$$

$$R_L = 10 \text{ k}\Omega.$$

3.

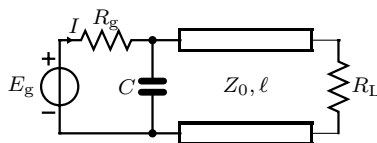


Kytкин k suljetaan hetkellä $t = 0$ s. Laske ja piirrä $u(t)$ välillä $t = 0 - 3,5$ ms.

$$R_g = 25 \Omega \quad Z_0 = 50 \Omega \quad \tau = 1 \text{ ms}$$

$$E = 5 \text{ V}.$$

4.



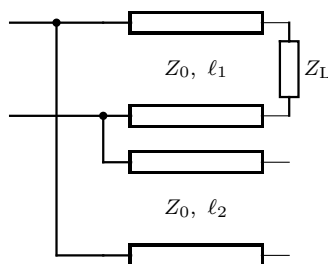
Ratkaise $I(j\omega)$. Siirtojohto on häviötön.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$E_g = 10/0^\circ \text{ V} \quad \omega C = 12 \text{ mS} \quad Z_0 = 50 \Omega$$

$$R_g = 37,5 \Omega \quad R_L = 100 \Omega \quad \ell = 3\lambda/8.$$

5.

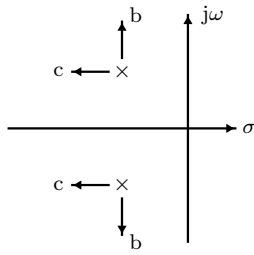


Kuormaimpedanssi $Z_L = (200 + j50) \Omega$ halutaan sovitaa kuvan mukaisesti generaattorin impedanssiin, jonka suuruus on 50Ω . Sovitukseen käytettävien siirtojohtojen ominaisimpedanssi $Z_0 = 50 \Omega$. Laske sovituspätkän pituus ja etäisyys kuormasta.

Palauta Smithin kartta osana vastaustasi!

Laplace-muunnostaulukko

Määritelmä		Muunnospareja	
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1.	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	
Laplace-muunnoksen ominaisuuksia			
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	
2.	$A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t)$	$A_1 F_1(s) + A_2 F_2(s)$	
3.	$\frac{d}{dt} f(t)$	$sF(s) - f(0)$	
4.	$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	$s^n F(s) - \sum_{i=1}^n s^{n-i} f^{(i-1)}(0)$	
5.	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$	
6.	$(-t)^n f(t)$	$\frac{d^n}{ds^n} F(s)$	
7.	$f(t-a)\varepsilon(t-a)$	$e^{-as} F(s)$	
8.	$f(t+a)$	$e^{as} (F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t) dt)$	
9.	$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$	
10.	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$	
11.	jaksollinen funktio $f(t) = f(t+T)$	$\frac{F_1(s)}{1 - e^{-sT}}$, $F_1(s)$ = yhden jakson muunnos	
12.	$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$	$F_1(s) F_2(s)$	
13.	$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$		
14.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$, jos loppuarvo on olemassa		
15.	$\delta(t)$	1	
16.	$a\varepsilon(t)$	$\frac{a}{s}$	
17.	t	$\frac{1}{s^2}$	
18.	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$	
19.	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	
20.	$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	
21.	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	
22.	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	
23.	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	
24.	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	
25.	$e^{-at} \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	
26.	$e^{-at} \cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	
27.	$\frac{e^{-at} t^n}{n!}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$	
28.	$\frac{t}{2\omega} \sin(\omega t)$	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$	
29.	$[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - \pi/\omega)] \sin(\omega t)$	$\left(1 + e^{-\pi s/\omega}\right) \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	



Kuvassa on esitetty systeemifunktion navat.

(a) Piirrä kuvan napoja vastaava aika-alueen signaali (ominaisvaste).

(b) Kuinka signaali muuttuu, jos napoja siirretään nuolien b mukaisesti?

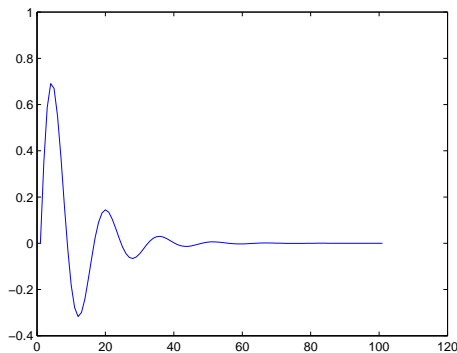
(c) Kuinka signaali muuttuu, jos napoja siirretään nuolien c mukaisesti?

(d) Onko piiri stabiili, jos sen systeemifunktio on

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 9}?$$

(a) Eksponentiaalisesti vaimeneva sinimuotoinen signaali

$$x(t) = e^{-at} \sin(\omega t + \phi)$$

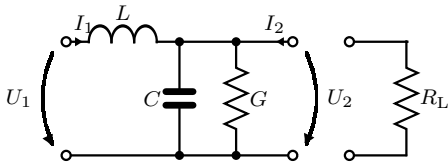


(b) värähtelyn taajuus ω kasvaa

(c) Navat $j\omega$ -akselilla vastaavat sinisignaalia. Kun navat etäännyvät $j\omega$ -akselista, signaali ryhtyy vaimenemaan eksponentiaalisesti. Mitä kauempana navat ovat akselista, sitä nopeampaa signaalin vaimeneminen on, eli a kasvaa.

(d) Kyllä. Systeemifunktion navat ovat $s = \pm j3$, eli yksinkertaisina $j\omega$ -akselilla, mikä vastaa aika-alueessa sinisignaalia. Piiri on siis stabiili.

0.2

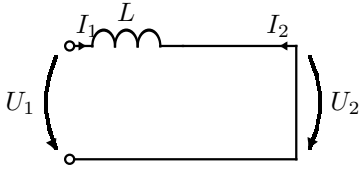


- a) Ratkaise oheisen kaksiportin y -parametrit (ilman R_L :ää).
 b) Määrä y -parametrisijaiskytkennän avulla siirtofunktio $U_2(s)/I_1(s)$, kun resistanssi R_L kytketään porttiin 2.

$$L = 2 \text{ H} \quad C = 3 \mu\text{F} \quad G = 1 \text{ mS}$$

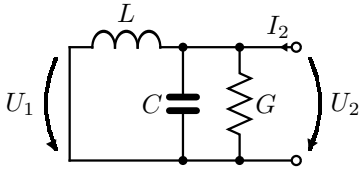
$$R_L = 10 \text{ k}\Omega.$$

Piiri on resiprookkinen, joten $y_{12} = y_{21}$.



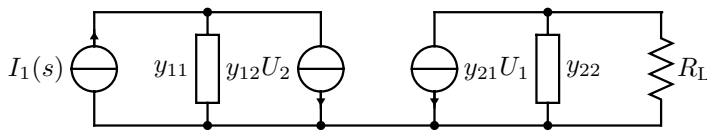
$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = \frac{1}{sL} = \frac{1}{s2}$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = -\frac{1}{sL} = -\frac{1}{s2}$$



$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = G + sC + \frac{1}{sL} = 10^{-3} + s3 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{s2}$$

Lasketaan kysytty siirtofunktio y -parametrien sijaiskytkennän avulla.



Solmumenetelmällä

$$\begin{bmatrix} y_{11} & 0 \\ 0 & y_{22} + \frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - y_{12}U_2 \\ -y_{21}U_1 \end{bmatrix}$$

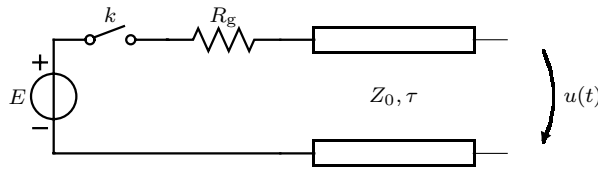
$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} + \frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Saadaan

$$U_2(s) = \frac{-y_{21}I_1(s)}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{I_1} = \frac{1}{sC + G + G_L} = \frac{1}{s3 \cdot 10^{-6} + 1,1 \cdot 10^{-3}}$$

0.3



Kytkin k suljetaan hetkellä $t = 0$ s. Laske ja piirrä $u(t)$ välillä $t = 0 - 3,5$ ms.

$$R_g = 25 \Omega \quad Z_0 = 50 \Omega \quad \tau = 1 \text{ ms} \\ E = 5 \text{ V}.$$

Johdolle lähtevä aalto saadaan jännitteenjaolla:

$$u_1^+ = \frac{Z_0}{R_g + Z_0} E = \frac{2}{3} E = \frac{10}{3} \text{ V}$$

Aalto saavuttaa johdon loppupään hetkellä $t = 1$ ms ja heijastuu heijastuskertoimella

$$\rho_1 = 1$$

Kuormaan siirtyvä jännite on

$$u_1 = \tau u_1^+ = (1 + \rho_1) u_1^+ = 2 \cdot \frac{10}{3} \text{ V} = \frac{20}{3} \text{ V} \approx 6,67 \text{ V}.$$

Palaava aalto

$$u_1^- = \rho_1 \cdot u_1^+ = \frac{10}{3} \text{ V}$$

Kuormasta heijastunut aalto palaa johdon alkupäähän hetkellä $t = 2$ ms. Heijastuskerron johdon alkupäässä on

$$\rho_2 = \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0} = -\frac{1}{3}.$$

Alkupäästä heijastunut aalto tulee johdon loppupäähän hetkellä $t = 3$ ms

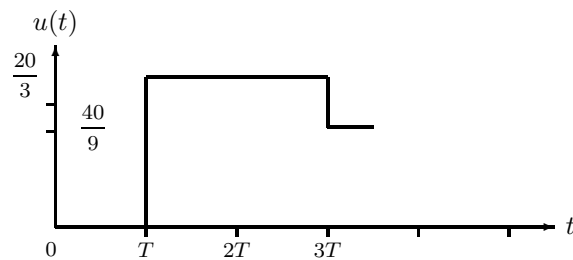
$$u_2^+ = \rho_2 \cdot u_1^- = \rho_2 \rho_1 u_1^+ = -\frac{10}{9} \text{ V}$$

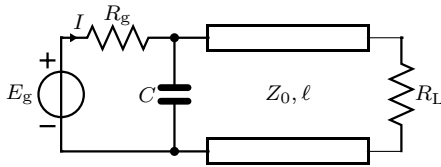
ja kuormaan siirtyy

$$u_2 = \tau u_2^+ = 2 \cdot \left(-\frac{10}{9}\right) \text{ V} = -\frac{20}{9} \text{ V}$$

Hetkellä 3 ms jännite on siis

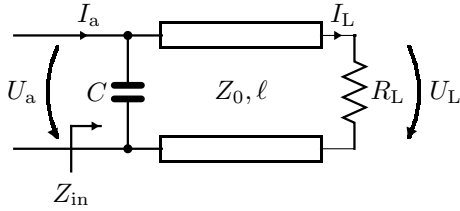
$$u(t) = u_1 + u_2 = \frac{20}{3} \text{ V} - \frac{40}{9} \text{ V} = \frac{20}{9} \text{ V} \approx 4,44 \text{ V}$$



Ratkaise $I(j\omega)$. Siirtojohto on häviötön.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$E_g = 10/0^\circ \text{ V} \quad \omega C = 12 \text{ mS} \quad Z_0 = 50 \Omega \\ R_g = 37,5 \Omega \quad R_L = 100 \Omega \quad \ell = 3\lambda/8$$

Ratkaistaan kuvan mukainen Z_{in} :

Aputuloksia:

$$\theta = \beta \ell = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3\lambda}{8} = \frac{3\pi}{4} \\ \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

TAPA 1:

Ketjumatriisien avulla saadaan

$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

ja edelleen $U_L = R_L I_L$.

$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ j\omega C \cos \theta + jY_0 \sin \theta & jZ_0 j\omega C \sin \theta + \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_L I_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

Alkupään impedanssiksi saadaan

$$Z_{in} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{R_L \cos \frac{3\pi}{4} + jZ_0 \sin \frac{3\pi}{4}}{R_L j\omega C \cos \frac{3\pi}{4} + jY_0 R_L \sin \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + jZ_0 j\omega C \sin \frac{3\pi}{4}} = \frac{j50 - 100}{j0,8 - 1,6} \Omega = 62,5 \Omega$$

TAPA 2:

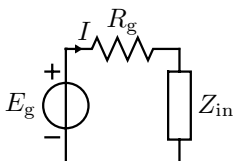
Lasketaan siirtojohtodun alkupäästä näkyvä impedanssi:

$$Z_1 = \frac{U_a}{I_a} = \frac{R_L \cos \theta + jZ_0 \sin \theta}{jY_0 R_L \sin \theta + \cos \theta} = (40 + j30) \Omega$$

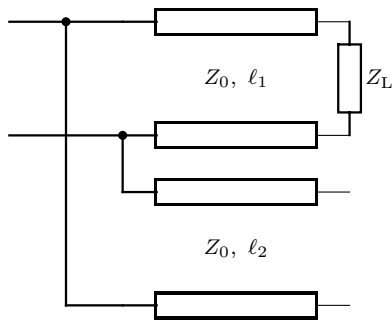
Lasketaan sitten siirtojohtodun ja kapasitanssin rinnankytkennän impedanssi:

$$Z_{in} = \frac{Z_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{Z_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{Z_1}{1 + j\omega C Z_1} = 62,5 \Omega$$

Nyt kysytty virta voidaan ratkaista sijaiskytkennästä



$$I = \frac{E_g}{R_g + Z_{in}} = \frac{10/0^\circ}{37,5 + 62,5} = 100/0^\circ \text{ mA}$$



Kuormaimpedanssi $Z_L = (200 + j50) \Omega$ halutaan sovittaa kuvan mukaisesti generaattorin impedanssiin, jonka suuruus on 50Ω . Sovitukseen käytettävien siirtojohtojen ominaisimpedanssi $Z_0 = 50 \Omega$. Laske sovituspätkän pituus ja etäisyys kuormasta.

Normalisoidaan kuormaimpedanssi ja merkitään Smithin kartalle:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{(200 + j50) \Omega}{50 \Omega} = 4 + j1$$

Koska sovitus tehdään rinnakkaisjohdolla, käytetään impedanssien sijasta admittansseja. Peilataan impedanssi admittanssiksi y_L .

Siirrytään generaattoriin päin, kunnes päästään pisteeseen, jossa $\Re\{y\} = 1,0$. Sovituspätkän etäisyydeksi kuormasta saadaan $\ell_1 = 0,011\lambda + 0,178\lambda = 0,189\lambda$. Tässä pisteessä johdosta näkyvä normalisoitu admittanssi on $1 + j1,59$

Koska admittanssin imaginaariosa on tarkoitus kumota rinnakkaisstubilla, stubin normalisoidun admittanssin on oltava $-j1,59$.

Avointa piiriä vastaavasta admittanssista y_k siirrytään generaattoriin päin, kunnes päästään pisteeseen, jossa $\Im\{y\} = -1,59$. Stubin pituudeksi saadaan: $\ell_2 = 0,339\lambda$.