

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos
Mat-1.1110 Matematiikan peruskurssi C1
Tentti, 15.5.2013

Joensuu

Laskimet ja taulukkokirjat eivät sallittuja.

1. Osoita induktiolla, että

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

kaikilla $n \in \mathbb{N}$

2. Etsi alkion 55 kertolaskun käänteisalkio joukossa \mathbb{Z}_{223}

3. Olkoon $\alpha \in \mathbb{R}$ ja $\mathbf{b} = [2 \ 1 \ 3]^T$ ja

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & \alpha \end{bmatrix}.$$

Millä α :n arvoilla yhtälöryhmällä $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ on täsmälleen yksi ratkaisu?

4. Olkoon $a > 0$ ja $b > 0$ vakioita. Osoita, että yhtälöllä

$$x = a \sin x + b$$

on ratkaisu välillä $]0, a + b]$.

5. Laske integraalit

$$\int x \cos x \, dx$$

ja

$$\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx.$$