

**Huom!** Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

**Tehtävä 1** (7 + 3p)

- (a) Kaksi yhden antoportin kombinaatiopiiriä on esitetty lauselogiikan lauseina  $F_1(x_1, \dots, x_n)$  ja  $F_2(x_1, \dots, x_n)$ , joissa ottoportit vastaavat atomisia lauseita  $x_1, \dots, x_n$ .

Anna lauselogiikan lause sen testaamiseksi, että nämä piirit laskevat saman Boolean funktion.

Kuinka tätä lausetta käytetään tämän ekvivalenssitestin suorittamiseksi? Testaat sen toteutuvuutta, pätevyyttä, vai jotakin muuta? Perustele vastauksesi.

- (b) Olkoon annettuna proseduur  $V(\phi)$ , joka testaa mielivaltaisen predikaattilogiikan lauseen  $\phi$  pätevyyttä. Kuinka voit käyttää tätä proseduuria mielivaltaisten predikaattilogiikan lauseiden  $\psi$  toteutuvuuden testaamiseen? Entä *loogisen seuraavuuden*  $\phi_1 \models \phi_2$  testaamiseen?

**Tehtävä 2** (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a)  $\models (A \rightarrow B \vee D) \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D$   
(b)  $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** (10p) Johda lauseelle

$$\neg \forall x \exists y (\exists z Q(y, z) \rightarrow \exists v Q(x, v))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko  $S$ ) ja osoita  $S$  toteutumattomaksi resoluutiolla.

**Tehtävä 4** (10p)

Esitä seuraavat väittämät predikaattilogiikan lauseina.

Kaikki opiskelijat ovat fiksuja.

Jotkut rikolliset eivät ole fiksuja.

Jokainen, jolla on ylioppilaslakki, on opiskelija.

Joillakin rikollisilla ei ole ylioppilaslakkia.

Osoita semanttisilla tauluilla tai resoluutiolla että lauseista viimeinen on kolmen ensimmäisen lauseen looginen seuraus.

**Tehtävä 5** (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto*  $B_1$  annetusta jälkiehdosta  $B_2$ .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = 0 - x ; z = y ; \text{while } (! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v + 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus } [v == y - x].$$