

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssit P1

(tai Mat-1.1710 Matematiikan peruskurssit V1)

Aalto-yliopisto, Turunen

Tentti (27.8.2013 klo 14–18, ei laskimia eikä taulukoita!)

1. Hetkellä $t \in \mathbb{R}$ rosvo on pisteessä $r(t) \in \mathbb{R}^2$ ja poliisi on pisteessä $p(t) \in \mathbb{R}^2$, missä $r(t) = (t + 1, t - 2)$ ja $p(t) = (t - 1, 3 - t)$.

a) Millä hetkellä t_0 rosvo ja poliisi ovat suorassa kulmassa origosta katsoen?

b) Millä hetkellä t_1 rosvo ja poliisi ovat lähimpänä toisiaan?
(Ratkaise tämä **derivointia käyttämättä!**)

2. Laske matriisin $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \end{bmatrix}$ determinantti ja käänteismatriisi.

3. a) Mistä tiedetään, että yhtälöllä $x + \sin(x) = 1$ on täsmälleen yksi ratkaisu?

b) Etsi yhtälön

$$x + \sin(x) - 1 = 0$$

ratkaisua Newton-iteraation avulla lähtien alkuarvauksesta $x_0 = 0$.
(Riittää, kun lasket luvut x_1 ja x_2 eli kaksi iteraatiokierrosta!)

4. Laske

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin(4x) \, dx.$$

5. Olkoot $r, s > 0$. Todista kaava $\ln(rs) = \ln(r) + \ln(s)$ käyttäen logaritmin määritelmää integraalina

$$\ln(t) := \int_1^t \frac{1}{x} \, dx$$

ja sopivia muuttujanvaihtoja.