AALTO YLIOPISTO, PERUSTIETEIDEN KORKEAKOULU
Systeemianalyysin laboratorio

Mat-2.2103 Koesuunnittelu ja tilastolliset mallit

Kuusinen

Tentti, 28.5.2012

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin:

- kurssin koodi ja nimi
- opiskelijanumero, TEKSTATEN sukunimi, etunimet
- koulutusohjelma, vuosikurssi
- nimikirjoitus
- tee tehtävissä 3-5 vain pyydetyt testit, ei esim. mahdollisia jatkotutkimuksia
- HUOM! jos olet tehnyt vastepintamenetelmään liittyvän harjoitustyön ennen tämän kevään kurssia, niin maininta siitä

1. a) Tee lyhyesti selkoa seuraavista käsitteistä:

- Merkitsevyystaso
- Kiusatekijä
- Bartlettin testi varianssianalyysissä

b) Selitä lyhyesti, missä tilanteessa käytetään vastepintamenetelmää? Miksi vastepintamenetelmässä lisätään keskipiste 2^2-faktorikoeasetelmaan?

2. a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoitetaan kahden faktorin yhdysvaikutuksella. Anna myös esimerkki jostain reaalimaailman tilanteesta, jossa yhdysvaikusta voisi ilmetä.

b) Halutaan tutkia faktorien A, B, C, D, E ja F vaikutusta vasteeseen y. Suunnitellaan 2^{6-2} osafaktorikoe, jonka kaksi määrittelevää relaatiota ovat:

$$ABCE = I, \quad BCDF = I.$$

– Kuuluuko määrittelevään relaatioon muita termejä kuin yllä esitetyt? Mitä nämä termit ovat?

– Mitkä seuraavista käsittelykombinaatioista ovat mukana koesuunnitelmassa: e ja bc?

– Mikä on koesuunnitelman resoluutio?

3. Faktorien A ja B vaikutusta vasteeseen Y on tutkittu tekemällä 2^2-faktorikoe siten, että jokaisessa koepisteessä on tehty kolme riippumatonta koetoistoa. Tulokset:

A	B	Y		
−	−	15.2	14.4	12.0
+	−	22.4	18.6	18.0
−	+	23.0	26.2	25.5
+	+	30.5	27.4	28.0

Testaa tekijöiden A ja B yhdysvaikutusta merkitsevyystasolla 0.05.

Aputulos: Havaintojen neliöiden summa = 6084.82.

Käännä

4. Pukutehtaalla verrattiin neljän eri kangaslaadun kulutuskestävyyttä. Kokeeseen otettiin neljä palaa kutakin kangaslaatua ja palojen painonmenetys (grammoina) mitattiin 10 000 hankauskerran jälkeen. Koetulokset on esitetty alla olevassa taulukossa.

Kangaslaatu			
1	2	3	4
2.45	2.55	2.15	2.05
2.38	2.65	2.35	2.10
2.40	2.75	2.31	2.13
2.25	2.70	2.28	2.20

Voidaan olettaa, että eri kangaslaatuihin liittyvien havaintojen varianssit ovat yhtä suuret.

a) Testaa 5 % merkitsevyystasolla, ovatko kankaiden keskimääräiset kulutuskestävyydet samat.

b) Testaa 5 % merkitsevyystasolla nollahypoteesia:

$$H_0 : \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 = 0.$$

Mitä oletusta kyseisellä nollahypoteesilla testataan?

Aputuloksia: $\sum_i \sum_j y_{ij}^2 = 89.5358$, $T_1 = 9.48$, $T_2 = 10.65$, $T_3 = 9.09$

5. Meijerissä verrataan kolmea pesuliuosta (A,B,C). Neljänä päivänä valitaan satunnaisesti kolme maitosäiliötä, joista kukin pestään yhdellä liuoksella. Pesun jälkeen säiliöistä mitataan bakteerien määrä. Tulokset:

	Päivä			
	1	2	3	4
liuos A	12	26	16	35
liuos B	4	8	5	17
liuos C	16	23	17	41

Testaa merkitsevyystasolla 0.05, onko liuosten tehokkuudessa eroja.
Aputulos: Kaikkien havaintojen neliöiden summa = 5450.

Kaavoja

Yksisuuntainen varianssianalyysi

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{1}{N}T^2$	$N-1$
$SSG = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n_i}T_i^2 - \frac{1}{N}T^2$	$k-1$
SSE	$N-k$

Kontrastien testaus

Hypoteesit

$$H_0 : \Gamma = \sum_{i=1}^{k} c_i\mu_i = 0$$

$$H_1 : \Gamma = \sum_{i=1}^{k} c_i\mu_i \neq 0$$

t-testisuure:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^{k} c_i\bar{y}_i}{\sqrt{MSE\sum_{i=1}^{k}\frac{c_i^2}{n_i}}}$$

jos H_0 pätee, niin $t \sim t(N-k)$.

Kaksisuuntainen varianssianalyysi

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} y_{kij}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	$IJK - 1$
$SSA = \frac{1}{JK}\sum_{i=1}^{I} T_{\cdot i \cdot}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	$I - 1$
$SSB = \frac{1}{IK}\sum_{j=1}^{J} T_{\cdot\cdot j}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	$J - 1$
$SS = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} T_{\cdot ij}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	
$SSAB$	$(I-1)(J-1)$
SSE	$IJ(K-1)$

$$SS = SSA + SSB + SSAB$$

Latinalaisten neliöiden koeasetelma

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P} y_{ijk}^2 - \frac{1}{P^2}T_{...}^2$	$P^2 - 1$
$SSA = \frac{1}{P}\sum_{k=1}^{P} T_{\cdot\cdot k}^2 - \frac{1}{P^2}T_{...}^2$	$P - 1$
$SSR = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P} T_{i\cdot\cdot}^2 - \frac{1}{P^2}T_{...}^2$	$P - 1$
$SSC = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} T_{\cdot j \cdot}^2 - \frac{1}{P^2}T_{...}^2$	$P - 1$
SSE	$(P-2)(P-1)$

Satunnaistettu täydellinen lohkoasetelma

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} y_{ij}^2 - \frac{1}{IJ}T_{..}^2$	$IJ-1$
$SSA = \frac{1}{J}\sum_{i=1}^{I} T_{i.}^2 - \frac{1}{IJ}T_{..}^2$	$I-1$
$SSB = \frac{1}{I}\sum_{j=1}^{J} T_{.j}^2 - \frac{1}{IJ}T_{..}^2$	$J-1$
SSE	$(I-1)(J-1)$

Kaksiasteinen hierarkkinen koeasetelma

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} y_{kij}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	$IJK-1$
$SSA = \frac{1}{JK}\sum_{i=1}^{I} T_{.i.}^2 - \frac{1}{IJK}T_{...}^2$	$I-1$
$SSB(A) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} T_{.ij}^2 - \frac{1}{JK}\sum_{i} T_{.i.}^2$	$I(J-1)$
SSE	$IJ(K-1)$

2^2-faktorikoe

Neliösumma	Vapausasteet
$SST = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n} y_{kij}^2 - 4n\bar{y}_{...}^2$	$4n-1$
$SSA = \frac{1}{4n}(ab+a-b-(1))^2$	1
$SSB = \frac{1}{4n}(ab-a+b-(1))^2$	1
$SSAB = \frac{1}{4n}(ab-a-b+(1))^2$	1
SSE	$4(n-1)$