

Aalto-yliopisto, perustieteiden korkeakoulu
Tietojenkäsittelytieteen laitos
Tommi Junttila (tel. 050-4300861)

T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T (4 op)
Tentti keskiviikkona 18.12.2013 klo 14.00–17.00

Varmista, että jokaiseen vastauspaperiisi on merkitty:

- Nimi, tutkinto-ohjelma, opiskelijanumero
- Kurssin nimi "T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T" ja päiväys "18.12.2013"
- Tarkastettavaksi jättämiesi vastauspapereiden kokonaismäärä

Laskinten käyttö tentissä ei ole sallittua.

Huom: jos et ole suorittanut kurssin pakollisia tietokonekotehtäviä, tenttiäsi ei tarkasteta.

- Laadi deterministinen äärellinen automaatti kielelle
 $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ on parillinen ja } w\text{:ssä on pariton määrä } a\text{-kirjaimia}\}$ 5p.
 - Anna säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen
 $\{w \in \{a, b\}^* \mid w\text{:ssä on vähintään kaksi } a\text{-kirjainta ja korkeintaan yksi } b\text{-kirjain}\}$ 5p.
 - Anna säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen
 $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } aba\}$
(Vihje: voi olla hyödyllistä tehdä ensin äärellinen automaatti kielelle L) 5p.
- Tarkastellaan aakkoston $\{a, b, c\}$ kieltä
$$L = \{(ab)^k c^n a^m \mid k, n, m \geq 0 \text{ and } m = k + n\}$$
 - Osoita, että L ei ole säännöllinen. 6p.
 - Laadi yhteydetön kielioppi kielelle L . 5p.
 - Esitä merkkijonon $abccaaa$ jäsenyspuu ja merkkijonon $ababaa$ johto kieliopissasi. 2p.
 - Laadi pinoautomaatti, joka tunnistaa kielen. Onko automaattisi deterministinen? 5p.
- Laadi Turingin kone, joka tunnistaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w\text{:ssä on yhtä monta } a\text{-, } b\text{- ja } c\text{-kirjainta}\}.$$

Laatimasi kone voi halutessasi olla moninauhainen. Esitä koneesi tilakaaviona ja kuvaile sen toimintaidea sanallisesti. Esitä laatimasi koneen laskennat syötteillä $aacbbc$ (joka kuuluu kieleen L) and $babcc$ (joka ei kuulu kieleen L). 12p.

Jatkuu toisella puolella

4. (a) Määrittele käsitteet rekursiivinen ja rekursiivisesti numeroituva kieli. Onko kieli

$$L_{\text{perfect cube}} = \{x \in \{0, 1, \dots, 9\}^* \mid x = y^3 \text{ jollekin positiiviselle kokonaisluvulle } y\}$$

rekursiivinen? Perustele vastauksesi lyhyesti. (Esim. 1331 kuuluu kieleen koska $1331 = 11^3$ mutta 1400 ei kuulu kieleen.) 5p.

- (b) Olkoot L_1 ja L_2 aakkoston Σ kieliä. Osoita seuraava väittämä joko todeksi tai epätodeksi: jos L_1 on rekursiivisesti numeroituva kieli ja L_2 on säännöllinen kieli, niin silloin $L = L_1 \cap L_2$ on yhteydetön kieli. 5p.

- (c) Osoita, että seuraava ongelma on ratkeamaton: annettuna mielivaltainen Turingin kone, hyväksyykö se merkkijonon 1010? Toisin sanoen osoita, että kieli $L_{1010} = \{c \in \{0, 1\}^* \mid \{1010\} \subseteq L(M_c)\}$ ei ole rekursiivinen, missä M_c tarkoittaa merkkijonon c kuvaamaa Turingin konetta. Jos käytät Ricen lausetta, anna myös sen määritelmä. 5p.

Total 60p.