Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos
Mat-1.1120 Matematiikan peruskurssi C2 **Joensuu/Gustafsson**
1. välikoe, kevät 2013, 18.2.2013

Laskimet ja taulukkokirjat eivät sallittuja. Muista perustella vastauksesi.

Tehtävät

1. a) Suppeneeko sarja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{1+n\sqrt{n}}$?

   b) Suppeneeko sarja $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n)!}5^n$?

2. a) Esitä funktio $f(x) = x^2(e^{2x^2} - 1)$ Maclaurinin sarjana eli Taylorin sarjana kehityskeskuksella 0.

   b) Esitä funktio $g(x) = e^{-2x}$ Taylorin sarjana, kun kehityskeskus on -1.

   Avuksi: $e^t = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}$.

3. Määritellään $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ seuraavasti: $f(x, y) = 0$, kun $x = y$ ja muulloin

$$f(x, y) = \frac{x^2 - 2y^2}{x - y}.$$

   a) Laske f:n ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat $\frac{\partial f}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}$, kun $x \neq y$.

   b) Laske f:n ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat $\frac{\partial f}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}$ pisteessä $(1, 1)$.

4. Etsi a, b ja c siten, että pisteen $(1, 2, 1)$ kautta kulkevan ellipsoidin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ tilavuus $V = 4\pi abc/3$ on mahdollisimman pieni.