

MS-A0501 Todennäköisyyslaskennan ja tilastotieteen peruskurssi

1. välikoe 03.10.2013 / Kibble

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- MS-A0501 1. vk 03.10.2013
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohje: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. (a) Kun on sähkökatko, todennäköisyydellä 0.05 syynä on muuntajavika ja todennäköisyydellä 0.8 syynä on linjan vaurioituminen. Todennäköisyydellä 0.01 syynä on muuntajavika ja linjan vaurioituminen. Millä todennäköisyydellä sähkökatkon taustalla on
Tehtävä 1: linjan vaurioituminen kun tiedetään että on muuntajavika,
Tehtävä 2: muuntajavika mutta ei linjan vaurioituminen
Tehtävä 3: muuntajavika tai linjan vaurioituminen tai molemmat.
 - (b) Tutkijat ovat kehittäneet testin, jonka avulla voi todeta tiettyntyyppisen niveltulehduksen. Arvioidaan, että 10% ihmisistä kärsii kyseisestä niveltulehduksesta. Kun uusi testi annetaan henkilöille, joilla on kyseinen niveltulehdus, niin testi antaa tähän viittaavan tuloksen 85%:ssa tapauksia. Kun testi annetaan henkilöille, joilla ei ole kyseistä niveltulehdusta, niin antaa testi tähän niveltulehdukseen viittaavan tuloksen 4%:ssa tapauksia. Mikä on todennäköisyys, että henkilöllä on kyseinen niveltulehdus, jos testi antaa tähän viittaavan tuloksen?
2. (a) Määrittele satunnaismuuttuja. Mitä tarkoitetaan satunnaismuuttujan todennäköisyysjakaumalla?
 - (b) Tuotantolinjan työntekijät kokoavat 15 autoa tunnissa. Tietyn tunnin aikana tuotetaan neljä autoa, joissa on virheellisesti asennetut ovet. Tuon tunnin aikana tuotetuista autoista poimitaan satunnaisesti kolme tarkastettavaksi. Määritä todennäköisyys, että löydetään korkeintaan yksi auto, jossa on virheellisesti asennetut ovet, jos autot poimitaan *takaisinpanolla*.

3. Sähkölampun elinikä X (yksikkönä 1000 h) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2} & , \text{ kun } 1 \leq x \leq 10 \\ 0 & , \text{ muulloin} \end{cases}$$

missä c on vakio.

- Määrää vakion c arvo.
- Millä todennäköisyydellä lamppu kestää yli 5000 h?
- Määrää lampun eliniän *mediaani* eli määrää x siten, että $\Pr(X \leq x) = 0.5$.

4. Olkoon satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauman tiheysfunktio

$$f(x, y) = 4xy, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

Määrää:

- $\Pr(0 \leq X \leq 1/2, 1/2 \leq Y \leq 1)$
- Satunnaismuuttujien X ja Y reunajakaumat. Ovatko X ja Y riippumattomia?
- Jos kaksi satunnaismuuttujaa on riippumattomia, ovatko ne myös korreloimattomia (perustelee vastaus)?