



Aalto-yliopisto

MS-A0106 / Syksy 2013

Välikoe 2 (+ 1. uusinta), to 12.12.2013

**Ohjeet:**

- ei laskimia eikä taulukkokirjoja
- perusteluja ja välivaiheita näkyviin
- välikoe 2 palautetaan **erikseen** viimeistään klo **11:00**
- välikoe 1 palautetaan **erikseen** viimeistään klo **12:00**
- merkitse vastauspaperin alkuun **1. välikoe** tai **2. välikoe**
- välikoe 2: tehtävät 1–3 (sivu 2), välikoe 1: tehtävät 4–6 (sivu 3)
- kaikki tehtävät ovat kuuden pisteen arvoisia, alakohdat tasa-arvoisia
- tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä.

**A?****MS-A0106 / Syksy 2013****Välikoe 2, to 12.12.2013 klo 9:00–11:00****Aalto-yliopisto****Tehtävä 1:**

a) Esitä raja-arvo  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{\frac{i}{n}}$  määrättyinä integraalina ja laske se.

b) Laske  $\int_3^4 x \sqrt{25 - x^2} dx$ .

c) Laske  $\int_0^\pi x \sin(x) dx$ .

**Tehtävä 2:**

- Mihin numeerista integrointia tarvitaan? Mainitse kaksi tilannetta.
- Mitä tarkoitetaan Trapetsoidi- ja Simpsonin menetelmillä?
- Mitä tarkoitetaan potenssisarjamenetelmällä ja millaiseen tilanteeseen (vrt. a-kohta) se soveltuu?

**Tehtävä 3:**

- Anna esimerkki fysikaalisen tilanteen mallintamisesta differentiaaliyhtälöllä.
- Ratkaise funktio  $y(x)$  differentiaaliyhtälöstä  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2 + 1}$ .
- Tarkenna b-kohdan ratkaisua, kun lisäksi vaaditaan  $y(0) = 3$ .



MS-A0106 / Syksy 2013

Välikoe 1, to 12.12.2013 klo 9:00 – 12:00

Aalto-yliopisto

**Tehtävä 4:**

a) Laske integraali  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$  eli  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_1^R \frac{1}{x^2} dx$ .

b) Integraalista a-kohdassa tulee äärellinen luku. Piirrä kuva ja perustele miksi tästä seuraa, että sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  suppenee.**Tehtävä 5:** Tutki suppeneeko vai hajaantuuko

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+5)!}{n! 5^n}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$ .

**Tehtävä 6:**a) Lähtökohtana potenssisarja  $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ , voimassa kun  $|x| < 1$ , määritä funktion

$$f(x) = \frac{1}{3+2x}$$
 potenssisarjaesitys suppenemisväleineen.

b) Määritä raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$  käyttämällä eksponenttifunktion potenssisarjaesitystä.