

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

Tentti 19.12.2013 / Aro

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2620 Tentti 19.12.2013
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohjeet: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

- (a) Olkoot $\Pr(A) = 0.5$ ja $\Pr(B) = 0.1$. Määritä tapahtuman $A \cup B$ todennäköisyys, kun

Tehtävä 1: A ja B ovat toisensa poissulkevia

Tehtävä 2: $\Pr(A|B) = 0.5$

Tehtävä 3: A ja B ovat riippumattomia

(b) Erään liikeyrityksen työntekijöistä 1 % käyttää huumeita. Pikatesti paljastaa 95 % huumeiden käyttäjistä, mutta toisaalta 2 % niistä, jotka eivät käytä huumeita tulee virheellisesti luokitelluiksi huumeiden käyttäjiksi. Määrää todennäköisyys, että pikatestissä huumeiden käyttäjäksi luokiteltu henkilö ei todellisuudessa käytä huumeita.
- Tehdas valmistaa tuotetta, jolla on erittäin korkeat laatukriteerit. Keskimäärin vain 60 % tuotteista täyttää kriteerit. Poimitaan tuotteita tarkastettavaksi satunnaisesti yksi kerrallaan.

Tehtävä 1: Mikä on todennäköisyys sille, että joudumme tarkastamaan vähintään 4 tuotetta *ensimmäisen* viallisen tuotteen löytämiseksi?

Tehtävä 2: Mikä on odotettavissa oleva lukumäärä tuotteille, jotka joudumme tarkastamaan *ensimmäisen* viallisen tuotteen löytämiseksi?

Tehtävä 3: Mikä on todennäköisyys, että joudumme tarkastamaan ainakin 5 tuotetta *kolmannen* viallisen tuotteen löytämiseksi?
- Mitattaessa neljän henkilön verenpainetta saatiin seuraavat tulokset (X on henkilön ikä ja Y henkilön verenpaine):

x	40	55	60	65
y	125	152	150	158

$$\bar{x} = 55.00 \quad s_x^2 = 116.67$$

$$\bar{y} = 146.25 \quad s_y^2 = 212.25$$

$$s_{xy} = 151.67$$

Tehtävä 1: Määrittää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i : N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien β_0 ja β_1 pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

Tehtävä 2: Jäännösvarianssin σ^2 harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon $s^2 = 22.625$. Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun $x = 50$. Määrittää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.

4. Kokeessa verrattiin menetelmiä A ja B englannin opetuksessa.

Kokeeseen valittiin peruskoulun 1. luokan oppilaiden joukosta 7 oppilasparia siten, että jokaisessa parissa kummankin oppilaan ikä kuukausina, sukupuoli, älykkyys, terveys, sosiaalinen tausta jne. olivat mahdollisimman samankaltaisia. Toinen *sovitetun parin* jäsenistä valittiin arvalla saamaan opetusta menetelmällä A ja toista opetettiin menetelmällä B.

Opetusjakson jälkeen kaikki kokeessa mukana olleet oppilaat joutuivat samaan testiin. Tulokset testistä (testipisteet) on annettu alla (korkeampi pistemäärä osoittaa parempaa englannin taitoa).

Pari	Menetelmä	
	A	B
1	73	74
2	76	71
3	95	91
4	69	71
5	68	71
6	94	81
7	56	55

Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, että menetelmät A ja B tuottavat ko. testillä mitattuna keskimäärin yhtä hyviä tuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että menetelmät eivät tuota yhtä hyviä tuloksia.

Havainnot saa olettaa normaalijakautuneiksi.

5. Erään rokotuskokeen tulokset on annettu alla. Testaa nollahypoteesia, että sairastavuus ei riipu rokotuksesta χ^2 -riippumattomuustestiä käyttäen. Käytä testissä 5 %:n merkitsevyystasoa.

Sairastuminen →	Sairastunut:	Ei sairastunut:
Rokotus ↓	S	ei-S
Rokotettu: R	9	42
Ei rokotettu: ei-R	17	28