

MS-A0503 Todennäköisyysslaskennan ja tilastotieteen peruskurssi

1. välikoe vk 28.1.2014/ Aro

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- MS-A0503 1. vk sekä päivämäärä
- opiskelijanumero + kirjain
- Sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohje: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. (a) Olkoon $\Pr(A) = 0.5$ ja $\Pr(A \cup B) = 0.6$. Määritä tapahtuman B todennäköisyys, kun
Tehtävä 1: A ja B ovat toisensa poissulkevia.
Tehtävä 2: $\Pr(A|B) = 0.4$.
- (b) Eräässä tentissä annetaan kaksi monivalintakysymystä, ensimmäisessä kysymyksessä on kolme vastausvaihtoehtoa joista vain yksi on oikea ja toisessa kysymyksessä on viisi vastausvaihtoehtoa joista vain yksi on oikea. Valitset toisistaan riippumatta molempiin kysymyksiin vastauksen satunnaisesti, eli tietyssä kysymyksessä on kaikilla vastausvaihtoehdoilla sama todennäköisyys tulla valituksi. Mikä on todennäköisyys
Tehtävä 1: että valitset oikean vastauksen molempiin kysymyksiin?
Tehtävä 2: että valitset oikean vastauksen ensimmäiseen kysymykseen mutta väärän vastauksen toiseen kysymykseen?
Tehtävä 3: että valitset ainakin yhden oikean vastauksen?
2. Arvioidaan että eräästä populaatiosta 1% :lla on harvinainen tauti. Kyseisen taudin toteamiseksi on kehitetty testi, joka ei kuitenkaan ole täysin luotettava. Jos henkilöllä on tauti, testi antaa tähän viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.95. Jos henkilöllä ei ole tautia, testi antaa tautiin viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.06.
Tehtävä 1: Mikä on todennäköisyys että väestöstä satunnaisesti poimittu henkilö saa tautiin viittaavan tuloksen?
Tehtävä 2: Mikä on todennäköisyys, että tietyllä henkilöllä on tauti, jos testi antaa tähän viittaavan tuloksen?

3. Pakkauksessa on 110 tuotetta, joista 25 on viallisia.

Tehtävä 1: Poimitaan pakkauksesta 5 tuotetta tarkastettavaksi ilman takaisinpanoa. Mikä on todennäköisyys, että tarkastettujen joukossa on tasan 1 viallinen tuote?

Tehtävä 2: Poimitaan pakkauksesta 5 tuotetta tarkastettavaksi takaisinpanolla. Mikä on todennäköisyys, että tarkastettujen joukossa on ainakin 1 viallinen tuote?

4. Kattojen käyttäytymistä tutkitaan satunnaismuuttujien X (sisätilan paine mitattuna elohopeatuumissa) ja Y (ulkotilan paine) avulla. Oletetaan että satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauman tiheysfunktio on

$$f_{XY}(x, y) = c/x \quad 27 \leq y \leq x \leq 33$$
$$c = 1/(6 - 27 \ln(33/27)) \approx 1.72$$

- (a) Mikä on satunnaismuuttujan Y reunajakauman tiheysfunktio ja satunnaismuuttujan X ehdollinen jakauma satunnaismuuttujan Y suhteen (ehdolla $Y=y$)?
- (b) Laske todennäköisyys, että sisäpaine on suurempi kuin 32 ehdolla, että ulkopaine on 30.

Vinkki:

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$