# T-79.3001 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Tentti, 20. helmikuuta, 2014

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme kotitehtävää ovat hyväksytysti suoritetut ennen tenttiä.**

**Tehtävä 1** $(1+2+7p)$

Kaksi 3-bittistä binäärilukua 0:sta 7:ään on esitetty atomisten lauseiden jonoina $x_2x_1x_0$ ja $y_2y_1y_0$, missä $x_2$ ja $y_2$ ovat näiden lukujen eniten merkitsevät bitit.

1. Anna lauselogiikan lause, joka on tosi joss binääriluku $x_2x_1x_0$ on parillinen.
2. Anna lauselogiikan lause, joka on tosi joss binääriluvut $x_2x_1x_0$ ja $y_2y_1y_0$ eivät ole samoja.
3. Anna lauselogiikan lause joka on tosi joss $x_2x_1x_0 = y_2y_1y_0 + 001$, eli ensimmäinen luku on yhtä pienempi kuin toinen.

**Tehtävä 2** $(2+3+5p)$

(a) Olkoot $\phi_1$ ja $\phi_2$ lauselogiikan lauseita. Jos $\phi_1$ ja $\phi_2$ ovat toteutuvia, onko lause $(\phi_1 \vee \neg\phi_1) \vee \phi_2$ toteutuva? Entä onko se pätevä? Perustele vastauksesi.

(b) Olkoot $A = \{a_1, \ldots, a_5\}$ käytetyt atomiset lauseet. Anna lauselogiikan lauseet, joilla on

1. 0 mallia,
2. 1 malli,
3. 2 mallia,
4. 3 mallia, ja
5. $2^5$ mallia,

(Yhteensä siis 5 lausetta.)

(c) Olkoon $\phi$ mikä hyvänsä lauselogiikan lause, joka koostuu atomisista lauseista ja konnektiiveista $\vee$, $\wedge$ ja $\neg$ siten että kukin atominen lause esiintyy $\phi$:ssä enintään kerran. Väite: $\phi$ on toteutuva. Onko tämä väite välttämättä tosi? Luonnostele väitteen todistus tai anna vastaesimerkki.

**Tehtävä 3** $(10p)$ Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

(a) $\models (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \wedge \neg B \leftrightarrow B \wedge \neg A)$.

(b) $\models \forall x(\exists y R(x,y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \forall y \forall x(P(x) \vee \neg R(x,y))$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 4** $(10p)$ Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(P(x) \vee \forall y Q(x,y)) \rightarrow \exists y(P(y) \vee Q(y,y)))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko $S$) ja osoita $S$ toteutumattomaksi resoluutiolla.

**Tehtävä 5** $(10p)$

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\texttt{if}\,(B)\ \texttt{then}\ \{C_1\}\ \texttt{else}\ \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* $B_1$ annetusta jälkiehdosta $B_2$.

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa `Double`:

```
v=0; z=x; while(!(z==0)) {z=z-1; v=v+2}.
```

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\texttt{true}]\ \texttt{Double}\ [\texttt{v==2*x}].$$

---

Vastauspapereissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipävämäärä, sekä nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.