

AALTO-YLIOPISTON PERUSTIETEIDEN KORKEAKOULU
Matematiikan ja systeemanalyysin laitos

MS-C2105 Optimoinnin perusteet

Harri Ehtamo/Ilmari Pärnänen

Tentti, 21.2.2014

Tee korkeintaan 5 tehtävää.

1. Käytä seuraavaan tehtävään taulukkomuotoista Simplex-menetelmää.

$$\begin{array}{ll} \min & -3x_1 - 7x_2 \\ \text{s.e.} & 8x_1 - 8x_2 \leq 2 \\ & 8x_1 + 8x_2 \leq 8 \\ & 7x_1 - 5x_2 \geq -2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \quad \gamma = -\frac{3}{7}x$$

- a) Muuta lineaarinen tehtävä standardimuotoon. (1p)
b) Ratkaise LP-tehtävä Simplex-algoritmillä. (3p)
c) Hahmottele tehtävän käypä joukko sekä Simplex-algoritmin eteneminen. (2p)
2. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \min & (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 6)^2 \\ \text{s.e.} & x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \end{array}$$

- a) Ratkaise tehtävä graafisesti. Piirrä tehtävän käypä alue sekä kohdefunktion vakioikäyrät. (2p)
b) Osoita, että tehtävän KKT-ehdot toteutuvat optimipisteessä, ja että ne ovat riittävät. (3p)
c) Mikä on tehtävän ratkaisu, jos kohdefunktiona on $f(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2$, mutta käypä joukko on sama? (1p)
3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.e.} & 6x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

- a) Ratkaise tehtävän LP-relaksaatio graafisesti. (1p)
b) Etsi Branch-and-Bound -menetelmää käyttäen tehtävälle ratkaisu. Ratkaise osatehtävät graafisesti. (3p)
c) Esitä ratkaisusi kulku puumuodossa ja perustele sen avulla, että löytämäsi ratkaisu todella on annetun tehtävän paras mahdollinen kokonaislukuratkaisu. (2p)