

## MS-A0101 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

## 2. välikoe 10.12.2013 klo 17–20.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. a) Määritä funktion  $\tan x$  derivaatta. (1 p.)
- b) Johda  $\arctan$ -funktion derivaatan lauseke. (2 p.)
- c) Osoita, että  $D(\arctan(x) + \arctan(1/x)) = 0$ , kun  $x > 0$ . (2 p.)
- d) Mikä on lausekkeen  $\arctan(x) + \arctan(1/x)$  arvo, kun  $x > 0$ ? (1 p.)
2. a) Normaalijakautuneen satunnaismuuttujan varianssin yhteydessä tarvitaan integraalia

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx.$$

Laske tämä osittaisintegroimalla, kun tiedetään, että  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ .

Vihje:  $x^2 e^{-x^2} = x \cdot x e^{-x^2}$ .

- b) Laske integraali

$$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$$

sijoituksella  $x = u^2$ .

3. a) Ratkaise differentiaaliyhtälö  $y' + 3y = 12$ , kun  $y(0) = 0$ .
- b) Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = \frac{1+y}{x}$$

alueessa  $x > 0$ , kun  $y(1) = 1$ .

4. Määritä differentiaaliyhtälölle  $y'' + 3y' - 10y = 12e^x$  sellainen ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdot  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .

**Lisätieto:** Eräitä trigonometrinen funktioiden arvoja:

$$\left[ \begin{array}{cccccccc} \alpha & -\frac{\pi}{3} & -\frac{\pi}{4} & -\frac{\pi}{6} & 0 & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{3} \\ \sin(\alpha) & -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 \\ \cos(\alpha) & 1/2 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 1/2 \\ \tan(\alpha) & -\sqrt{3} & -1 & -1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 1 & \sqrt{3} \end{array} \right]$$

**TÄRKEÄÄ:** Kurssipalautteeseen vastaamisesta saa kaksi (2) koepistettä! Muista vastata 17.12. mennessä.