

1. Vastaa lyhyesti, mutta perustellusti seuraaviin kohtiin. (1 p./kohta)
 - a) Miten observaabeleita vastaavien operaattorien kommutointiominaisuudet liittyvät epämääräisyysperiaatteisiin?
 - b) Hermiittiset operaattorit ja miksi ne ovat kvanttimekaniikassa tärkeitä?
 - c) Mitä on tunneloituminen?
 - d) Jos meillä on operaattori $\hat{O} = |\phi\rangle\langle\psi|$ ja tilat ϕ , f , ja ψ , onko $\langle\psi|\langle f|\hat{O}|\phi\rangle$ ket-vektori, bra-vektori vai skalaari (eli luku)?
 - e) Mitä mittauspostulaatilla tarkoitetaan?
 - f) Mikä on Blochin aaltofunktio?

2. Tarkastellaan m -massaista hiukkasta, joka liikkuu äärettömässä yksiulotteisessa potentiaalikuopassa, jolle $V = 0$, kun $0 \leq x \leq a$, muulloin $V = \infty$. Hiukkasen Hamiltonin operaattorin \hat{H} ortonormeeratut ominaisfunktiot ja -arvot ovat

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right), \quad E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Oletetaan, että hiukkasen tilafunktio ajanhetkellä $t = 0$ on

$$\Psi(x, 0) = [\phi_1(x) - \phi_2(x) - \phi_3(x)] / \sqrt{3}. \quad (2)$$

- a) Ratkaise hiukkasen tilafunktio $\Psi(x, t)$ ajanhetkellä t . Onko tilafunktio edelleen normeerattu? Perustelut. (1 p.)
- b) Mikä on hiukkasen paikan odotusarvo $\langle x(t=0) \rangle$? (3 p.)
- c) Mitä liikemäärän arvoja voidaan liikemäärän yksittäisestä mittauksesta saada? Millä todennäköisyydellä kukin mittaustulos saadaan? ($\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial x$) (2 p.)

Apuna:

- $\int_0^1 dy y \sin^2 \pi n y = 1/4$, missä n on kokonaisluku
- $\int_0^1 dy y \sin \pi y \sin 2\pi y = -8/(9\pi^2)$ ja $\int_0^1 dy y \sin \pi y \sin 3\pi y = 0$
- $\int_0^1 dy y \sin 2\pi y \sin 3\pi y = -24/(25\pi^2)$