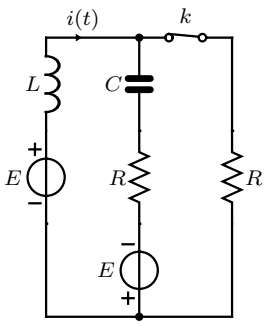
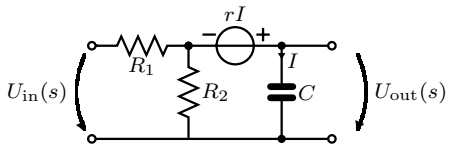
1.



Oheinen piiri on jatkuvuustilassa ennen hetkeä $t = 0\,\mathrm{s}$, jolloin kytkin k avataan. Laske virta $i(t)$ kytkimen avaamisen jälkeen. Lähteet ovat tasajännitelähteitä.

$$E = 2\,\mathrm{V} \qquad L = 2\,\mathrm{H} \quad R = 4\ \Omega$$
$$C = 0{,}1\,\mathrm{F}.$$

2.



Muodosta $H(s) = \dfrac{U_{\mathrm{out}}}{U_{\mathrm{in}}}$. Millä r:n arvolla ($r \in \mathbb{R}$) piiri on stabiili?

$$R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega} \quad R_2 = 2\ \mathrm{k\Omega} \quad C = 1\ \mathrm{mF}.$$

3.

Täytä erillisen lomakkeen tyhjät kohdat ja palauta se.

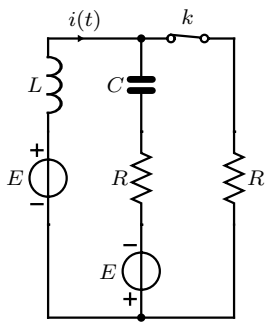
Laplace-muunnostaulukko

Määritelmä		
1.	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\mathrm{d}t$

Laplace-muunnoksen ominaisuuksia		
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
2.	$A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t)$	$A_1 F_1(s) + A_2 F_2(s)$
3.	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f(t)$	$sF(s) - f(0)$
4.	$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n} f(t)$	$s^n F(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i} f^{(i-1)}(0)$
5.	$\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau$	$\frac{1}{s}F(s)$
6.	$(-t)^n f(t)$	$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}s^n} F(s)$
7.	$f(t-a)\varepsilon(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
8.	$f(t+a)$	$e^{as}(F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t)\mathrm{d}t)$
9.	$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$
10.	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
11.	jaksollinen funktio $f(t) = f(t+T)$	$\frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$, $F_1(s) =$ yhden jakson muunnos
12.	$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau$	$F_1(s)F_2(s)$
13.	$f(0^+) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$	
14.	$f(\infty) = \lim_{s\to 0} sF(s)$, jos loppuarvo on olemassa	

Muunnospareja		
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
15.	$\delta(t)$	1
16.	$a\varepsilon(t)$	$\frac{a}{s}$
17.	t	$\frac{1}{s^2}$
18.	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
19.	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
20.	$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$
21.	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
22.	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
23.	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
24.	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
25.	$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
26.	$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
27.	$\frac{e^{-at}t^n}{n!}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
28.	$\frac{t}{2\omega}\sin(\omega t)$	$\frac{s}{(s^2+\omega^2)^2}$
29.	$[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi/\omega)]\sin(\omega t)$	$\left(1+e^{-\pi s/\omega}\right)\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

0.1

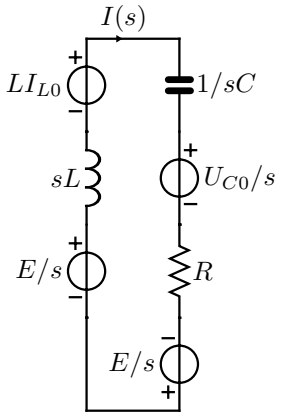


Oheinen piiri on jatkuvuustilassa ennen hetkeä $t = 0\,\mathrm{s}$, jolloin kytkin k avataan. Laske virta $i(t)$ kytkimen avaamisen jälkeen. Lähteet ovat tasajännitelähteitä.

$$E = 2\,\mathrm{V} \qquad L = 2\,\mathrm{H} \quad R = 4\ \Omega$$
$$C = 0{,}1\,\mathrm{F}.$$

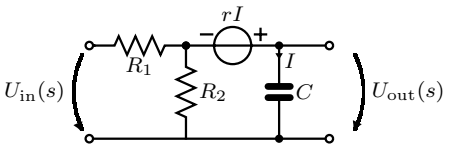
Alkuarvot $I_{L0} = E/R = \frac{1}{2}\,\mathrm{A}$, $U_{C0} = 2E = 4\,\mathrm{V}$

Kytkimen ollessa avoin oikean puoleinen resistanssi voidaan jättää huomiotta. Lasketaan Laplace-muunnetusta piiristä kysytty virta.



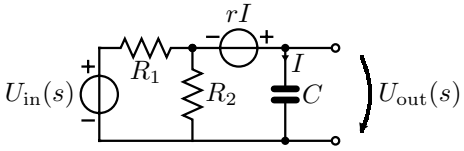
$$\begin{aligned}
I(s) &= \frac{E/s + LI_{L0} - 2E/s + E/s}{sL + R + 1/sC} \\
&= \frac{E}{R} \cdot \frac{s}{s^2 + s[R/L] + 1/[LC]} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{s^2 + 2s + 5} \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{s+1}{(s+1)^2 + (2)^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{(s+1)^2 + (2)^2}\right] \\
i(t) &= \frac{1}{2}e^{-t}[\cos(2t) - \frac{1}{2}\sin(2t)]\,\mathrm{A},\ \text{kun } t \geq 0
\end{aligned}$$

0.2



Muodosta $H(s) = \dfrac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$. Millä r:n arvolla ($r \in \mathbb{R}$) piiri on stabiili?

$$R_1 = 1\ \text{k}\Omega \quad R_2 = 2\ \text{k}\Omega \quad C = 1\ \text{mF}.$$



Laitetaan sisääntuloon lähde U_{in} ja muodostetaan silmukkayhtälöt

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + \frac{1}{sC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\text{in}} \\ rI_2 \end{bmatrix}$$

Siirretään lähdetermi

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + \frac{1}{sC} - r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\text{in}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tästä saadaan ratkaistua virta

$$I_2 = \frac{R_2 U_{\text{in}}}{(R_1 + R_2)R_2 + (R_1 + R_2)\frac{1}{sC} - r(R_1 + R_2) - R_2^2}$$

Ulostulojännite on

$$U_{\text{out}} = \frac{1}{sC} \cdot I_2 = \frac{1}{sC} \cdot \frac{R_2 U_{\text{in}}}{(R_1 + R_2)R_2 + (R_1 + R_2)\frac{1}{sC} - r(R_1 + R_2) - R_2^2} = \frac{R_2 U_{\text{in}}}{sC(R_1 R_2 - r(R_1 + R_2)) + (R_1 + R_2)}$$

Siirtofunktio

$$H(s) = \frac{R_2}{sC(R_1 R_2 - r(R_1 + R_2)) + (R_1 + R_2)} = \frac{2000}{s(2000 - 3r) + 3000}$$

Siirtofunktion navoista saadaan ehto stabiilisuudelle

$$s = \text{Re}\left\{ \frac{-3000}{2000 - 3r} \right\} \leq 0$$

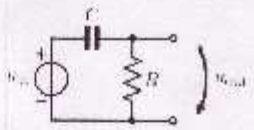
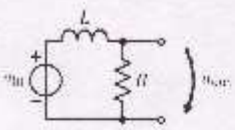
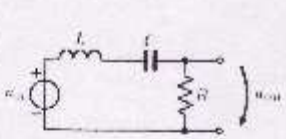
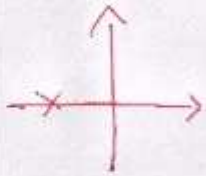
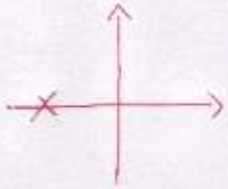
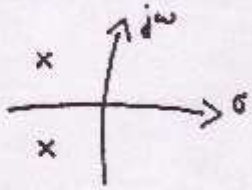
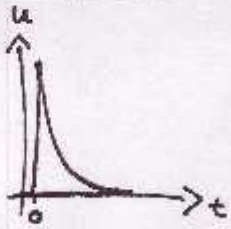
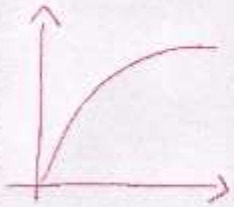
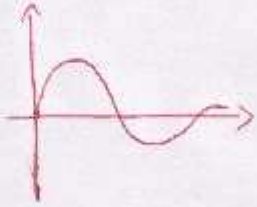
Tämä toteutuu, kun

$$2000 - 3r \geq 0$$

eli

$$r \leq \frac{2000}{3}\,\Omega$$

Täytä erillisen lomakkeen tyhjät kohdat ja palauta se.

Piiri			
Navat *s*-tasossa			
Askelvaste $u_{out}(t)$			
Taajuusvaste (amplitudivaste) $\lvert H(j\omega)\rvert = \left\lvert \frac{u_{out}}{u_{in}} \right\rvert$