

MS-A0402 Diskreetin matematiikan perusteet

1. välikoe 18.3.2014

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!*

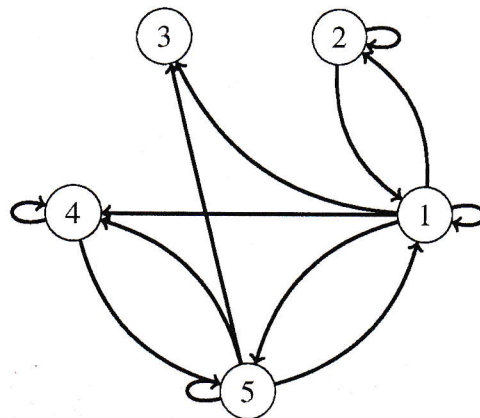
1. Osoita induktioperiaatetta käyttäen (vaikka on olemassa muitakin mahdollisuuksia), että  $2^n \geq n^2$  kun  $n \geq 4$ .

2.

- (a) Formuloi väite "Jos  $a$  ja  $b$  ovat kaksi rationaalilukua siten, että  $a$  on pienempi kuin  $b$  niin on olemassa rationaaliluku  $c$  joka on suurempi kuin  $a$  ja pienempi kuin  $b$ " käyttäen  $\forall, \exists, \rightarrow, \&, |, !, \in, <, \mathbb{Q}, a, b$  ja  $c$  sekä tarvittaessa sulkumerkkejä (missä siis  $\mathbb{Q}$  on rationaalilukujen joukko,  $\&$  on "ja",  $|$  on "tai" ja  $!$  on negaatio).
- (b) Osoita, että jos  $f : X \rightarrow Y$  on surjektio ja  $g : Y \rightarrow Z$  on surjektio niin  $g \circ f : X \rightarrow Z$  on myös surjektio (missä siis  $(g \circ f)(x) = g(f(x)), x \in X$ ).

3.

- (a) Olkoon  $X$  joukko, jossa on  $n$  alkia. Montako refleksiivistä relaatiota voidaan määrittellä joukossa  $X$ ? Selitä miten olet ajatellut!
- (b) Joukossa  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  on määritelty relaatio  $W$  seuraavan suunnistetun verkon avulla siten, että solmusta  $j$  solmuun  $k$  on kaari jos ja vain jos  $[j, k] \in W$ , (eli  $jWk$ ).



Onko relaatio symmetrinen ja onko se transitiivinen? Perustele!

4. Yhdistyksellä on 60 jäsentä joiden joukosta on valittava hallitus johon kuuluu 6 jäsentä. Hallituksen jäsenten joukosta on valittava puheenjohtaja, varapuheenjohtaja, sihteeri ja varainhoitaja niin että jokaisella on korkeintaan yksi tehtävä. Monellako tavalla voidaan valita puheenjohtaja, varapuheenjohtaja, sihteeri, ja varainhoitaja ja kaksi muuta hallituksen jäsentä? Voit antaa vastauksesi niin että siinä on  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $/$  ja  $!$  mutta ei esim. binomikertoimia.