

Aaltouniversitetet

Björn Ivarsson, 050-4067 832

Tentamen, onsdag 15.1.2014 kl 1600 - 1900

Differential- och integralkalkyl 1, MS-A0109.

Hjälpmedel: Skrivdon.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng. **Notera att det finns uppgifter på baksidan också!**

(1) (a) Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n} - n.$$

(2p)

(b) Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n 2^k.$$

(2p)

(c) Konvergerar eller divergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}.$$

(2p)

(2) Beräkna integralerna nedan.

(a)

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

(3p)

(b)

$$\int \frac{1}{x(x^2 - 1)} dx.$$

(3p)

(3) Låt

$$f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right).$$

Beräkna dess Taylorpolynom av grad 3 kring origo. Använd detta polynom för att beräkna ett närmevärde för $\ln 2$. (6p)

(4) Lös differentialekvationerna nedan fullständigt.

(a)

$$y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = e^x.$$

(3p)

(b)

$$\begin{cases} y'(x) + 3x^2y(x) = x^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

(3p)

(5) Låt $a > 0$, $b > 0$ och $c > 0$. Låt

$$f(x) = \frac{b}{((a/2) + x)^2} + \frac{c}{((a/2) - x)^2}$$

i intervallet $-a/2 < x < a/2$. I vilken punkt har funktionen sitt minimum?

(6p)

Lycka till!