Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos — Malinen

MS-A0104 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

Tentti ja välikoeuusinnat 15.1.2014 klo 16–19.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin. **Kirjoita etusivulle, minkä alla olevista suoritusvaihtoehdoista valitset.**

Välikoe 1: Tehtävät 1, 2, 3, 4.
Välikoe 2: Tehtävät 5, 6, 7, 8.
Tentti: Tehtävät 2, 3, 4, 6, 7, 8.

1. a) Lukujono (a_n) toteuttaa palautuskaavan $a_{n+1} = 5a_n + 20$. Määritä sellainen vakio $c \in \mathbf{R}$, että kaavalla $b_n = a_n + c$ määritelty jono (b_n) toteuttaa palautuskaavan $b_{n+1} = 5b_n$.
   b) Laske raja-arvo
$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right).$$
   Vihje: Lavenna sopivalla lausekkeella.

2. Määritä kaikki reaaliluvut $x \in \mathbf{R}$, joilla sarja
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$$
   suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet.

3. Laske raja-arvot
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{x} \quad \text{ja} \quad \lim_{x\to\pi}\frac{x\cos(x/2)}{x-\pi}.$$

4. Määritä funktion $f(x) = x\sin(2x)$ Maclaurin-polynomi $P_4(x)$. (Maclaurin-polynomi = Taylor-polynomi, kun $x_0 = 0$)

5. a) Laske funktion $\tan x$ derivaatta.
   b) Johda funktion $f(x) = \arctan x$ derivaatan lauseke.

6. Laske integraali
$$\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}\,dx$$
   sijoittamalla $x = e^t$.

7. Laske integraalit
$$\int_0^2 20(x-2)^4\,dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\pi/4} x\cos(2x)\,dx.$$

8. Määritä differentiaaliyhtälön $y'' - 3y' + 2y = 60e^{5x}$ yleinen ratkaisu.

Lisätieto: Eräitä trigonometristen funktioiden arvoja:

α	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin(\alpha)$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{2}$	$-1/2$	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$
$\cos(\alpha)$	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$
$\tan(\alpha)$	$-\sqrt{3}$	-1	$-1/\sqrt{3}$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$