

MS-C1420 Fourier-analyysi

1. välikoe 29.1.2014

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!***1.**

(a) Esitä signaalin  $h(t) = s(4t - 3)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  Fourier-muunnos  $\hat{h}$  signaalin  $s$  Fourier-muunnoksen  $\hat{s}$  avulla.

(b) Jos  $s(t) = e^{-\pi t^2}$  kun  $t > 0$  ja  $s(t) = 0$  kun  $t \leq 0$  niin päteekö  $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{s}(\nu)| d\nu < \infty$  ja /tai  $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{s}(\nu)|^2 d\nu < \infty$ . Perustelee, mutta älä laske Fourier-muunnosta!

**2.** Määritä funktion  $s(t) = te^{-|t|}$  Fourier-muunnos käyttäen hyväksi tietoa, että funktion  $h(t) = e^{-|t|}$  Fourier-muunnos on  $\hat{h}(\nu) = \frac{2}{4\pi^2\nu^2 + 1}$ .

**3.** Olkoon  $s$  vektori  $[s(0), s(1), s(2), s(3), s(4)] = [1, -3, 5, -7, 9]$  ja  $\hat{s}$  sen diskreetti Fourier-muunnos. Jos  $\mathbf{q} = \hat{\hat{s}}$  (diskreetin Fourier-muunnoksen diskreetti Fourier-muunnos) niin määritä vektori  $[\mathbf{q}(0), \mathbf{q}(1), \mathbf{q}(2), \mathbf{q}(3), \mathbf{q}(4)]$  käyttämällä hyväksi diskreetin Fourier-muunnoksen käänteismuunnosta (eli älä laske  $s$ :n Fourier-muunnosta.)

**4.** Olkoon  $s(t) = t(1 - t)$ ,  $t \in [0, 1]$  ja  $s(t + 1) = s(t)$  kuin  $t \in \mathbb{R}$ . Kun  $k \geq 1$  niin  $s$ :n Fourier-kertoimet ovat  $\hat{s}(k) = -\frac{1}{2\pi^2 k^2}$  ja  $\hat{s}(0) = \frac{1}{4}$ .

(a) Päätele (laskematta integraaleja osittaisintegroinnilla) mitä Fourier-kertoimet  $\hat{s}(k)$  ovat kun  $k < 0$ .

(b) Laske näiden tulosten avulla  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$  (tai selitä ainakin miten laskisit tämän summan jos olisit ratkaissut (a)-kohdan).