

MS-A0203/MS-A0204 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2
Kevät 2014

Välikoe 1

30.01.2014

- a) Päistään kiinnitetty köysi asettuu luonnollisesti ns. *ketjukäyräksi*, jonka määrää yhtälö $y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. Hahmottele käyrä, ja määritä käyrän parametrisaatio $\mathbf{r}(t)$ pisteestä $(0, 1)$ pisteeseen $(1, \cosh 1)$.
b) Määritä käyrän kaarenpituus annettujen pisteiden välillä. Vinkkejä integrointiin: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ ja $\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$.

- Laske raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{3x^2(y-1)^2}{2x^4 + 2(y-1)^4}$$

mikäli se on olemassa, tai perustele miksi raja-arvoa annetussa pisteessä ei ole olemassa.

- Tarkastellaan yhtälön $x^2 - y^2 = 1$ määräämää hyperbolia ja yhtälön $x^2 + y^2 = 1$ määräämää ympyrää. Määritä käyrien leikkauspisteet. Ympyrän ja käyrän leikkauspistettä sanotaan oskulointipisteeksi, mikäli niillä on tässä pisteessä yhteinen tangentti. Osoita, että annettujen ympyrän ja hyperbelin kaikki leikkauspisteet ovat oskulointipisteitä.