

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

2. välikoe 22.12.2008 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 2. välikoe 22.12.2008
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: **Funktiolaskin** ja Mellinin **kaava- ja taulukkokokoelmat**.

Vastaa **lyhyesti ja ytimekkäästi**, mutta **perustele ratkaisusi**. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena **ei anna** pisteitä.

1. Kokeessa verrattiin kahta matematiikan opetuksen menetelmää, A ja B. Vertailua varten erään peruskoulun kolmansien luokkien oppilaista muodostettiin 6 sovitettua paria, joissa oppilaiden sukupuoli, ikä, älykkyysosamäärä ja matematiikan numero edellisessä todistuksessa olivat mahdollisimman samanlaiset. Jokaisesta parista toinen oppilaista arvottiin saamaan opetusta menetelmällä A, jolloin toinen oppilaista sai opetusta menetelmällä B. Yhtä pitkien opetusjaksojen jälkeen kaikki oppilaat joutuivat samaan matematiikan kokeeseen, jossa maksimipistemäärä oli 30. Tulokset kokeesta ovat alla olevassa taulukossa.

Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan menetelmät tuottavat *keskimäärin* yhtä hyviä oppimistuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että ne eivät tuota *keskimäärin* yhtä hyviä oppimistuloksia.

Pari	1	2	3	4	5	6
A	25	28	15	10	21	30
B	23	27	16	6	19	30

2. Tehtaassa on kaksi samanlaisia transistoreita valmistavaa konetta A ja B. Osa kummankin koneen tekemistä transistoreista on viallisia. Tutkimuksessa haluttiin verrata koneen A ja koneen B tekemien viallisten transistorien suhteellisia osuuksia. Tutkimusta varten kummankin koneen tekemien transistorien joukosta poimittiin satunnaisotos, jonka koko oli 100. A-koneen tekemien transistorien joukosta löytyi 10 viallista transistoria ja B-koneen tekemien transistorien joukosta löytyi 5 viallista transistoria.

Oletetaan, että valitset kaikkien A-koneen tekemien transistorien joukosta satunnaisesti yhden ja samoin kaikkien B-koneen tekemien transistorien joukosta yhden. Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan todennäköisyydet, että valitut transistorit ovat viallisia, ovat yhtä suuret, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että todennäköisyydet eroavat toisistaan.

3. Oletetaan, että perusjoukoista S_1 ja S_2 on poimittu toisistaan riippumattomat satunnaisotokset ja molemmista otoksista on mitattu samaa muuttujaa X koskevat havaintoarvot. Otoksista on saatu seuraavat yhteenvetotiedot:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= 100 & s_1^2 &= 100 & n_1 &= 10 \\ \bar{X}_2 &= 107 & s_2^2 &= 150 & n_2 &= 21 \end{aligned}$$

Olkoot μ_1 ja μ_2 muuttujan X odotusarvot ja olkoot σ_1^2 ja σ_2^2 muuttujan X varianssit perusjoukoissa S_1 ja S_2 . Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia

$$H_0^\mu : \mu_1 = \mu_2$$

kaksisuuntaista vaihtoehtoista hypoteesia vastaan. Valitse testi hypoteesille H_0^μ sen mukaan, mikä on tulos testistä, jossa testataan 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia

$$H_0^{\sigma^2} : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

kaksisuuntaista vaihtoehtoista hypoteesia vastaan.

4. Tutkimuksessa haluttiin selvittää ihmisten tukan ja silmien värin liittymistä toisiinsa eräässä Euroopan maassa. Tutkimusta varten ko. maan asukkaiden joukosta kerättiin satunnaisotos, jonka koko oli 355. Otokseen poimitut ihmiset luokiteltiin tukan värin mukaan kolmeen luokkaan ja silmien värin mukaan myös kolmeen luokkaan. Luokittelun tuloksena syntynyt 3×3 -frekvenssitaulukko on annettu alla.

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan tukan väri ja silmien väri ovat riippumattomia luokittelevia tekijöitä, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että ne eivät ole riippumattomia.

		Tukka		
		Oij	Vaalea	Ruskea
Silmät	Siniset	40	30	25
	Ruskeat	60	80	60
	Mustat	10	20	30

5. (a) Alla olevassa taulukossa on annettu muuttujien x ja y havaitut arvot.

Havainto	x	y
1	-2	2
2	0	0
3	1	-2

Aineistosta estimoitiin pienimmän neliösumman menetelmällä yhden selittäjän lineaarinen regressiomalli, jossa y on selitettävä muuttuja ja x on selittävä muuttuja. Lisäksi mallissa on mukana vakio. Määrää estimoidun mallin selitysaste R^2 .

- (b) Eräästä kahden muuttujan aineistosta on estimoitu pienimmän neliösumman menetelmällä sekä muuttujan x regressiosuora muuttujan y suhteen että muuttujan y regressiosuora muuttujan x suhteen. Suorien yhtälöiksi saatiin

$$9y = -25x - 27$$

ja

$$y = -x - 3$$

Määrää muuttujien x ja y havaittujen arvojen otoskorrelaatiokerroin.