Kul-34.3100 Introduction to Fluid Mechanics

Ensimmäinen välikoe

8.04.2014

Muistathan, että perustelut ovat tärkeä osa laskua ja arvostelua!

Properties of air
density: $\varrho_{\text{air}} = 1.23\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{air}} = 1.79 \times 10^{-5}\,\text{Pa·s}$

Properties of water
density: $\varrho_{\text{water}} = 1\,000\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{water}} = 1.12 \times 10^{-3}\,\text{Pa·s}$

Gravitational acceleration: $\mathrm{g} = 9.81\,\text{m/s}^2$

Equations When you use these equations, please explain what you are doing and what principle you are applying. Not all the equations may be needed.

Bernoulli equation: $p + \varrho\,\mathrm{g}\,h + \frac{1}{2}\,\varrho\,V^2 = p_T$

Energy balance:

$$\left(p + \varrho\,\mathrm{g}\,h + \tfrac{1}{2}\,\varrho\,V^2\right)_{\text{out}} = \left(p + \varrho\,\mathrm{g}\,h + \tfrac{1}{2}\,\varrho\,V^2\right)_{\text{in}} + \text{work done on the CV} - \text{losses}$$

Losses: $\Delta p_{\text{friction}} = \left(f\,\dfrac{L}{D}\right)\,\frac{1}{2}\,\varrho\,V^2$ and $\Delta p_{\text{loss}} = K_{\text{loss}}\,\frac{1}{2}\,\varrho\,V^2$

Reynolds number: $\mathrm{Re}_l = \dfrac{\varrho\,V\,l}{\mu} = \dfrac{V\,l}{\nu}$

Power: $P = \Delta p\;Q$

Mass flux: $\dot{m} = \int_A \varrho\,\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A$

Momentum flux: $\int_A \vec{V}\,\varrho\,\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A$

Momentum balance: $\sum\vec{F} = [\text{momentum flux out}] - [\text{momentum flux in}]$

Moment-of-momentum equation:

$$\Sigma\vec{T} = \dot{m}_{\text{out}}\left(\vec{r}\times\vec{V}\right)_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}}\left(\vec{r}\times\vec{V}\right)_{\text{in}}$$
$$\vec{r}\times\vec{V} = \pm r\,V_\theta$$

Euler turbomachine equation:

$$P = \dot{m}_{\text{out}}\left(\pm U\,V_\theta\right)_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}}\left(\pm U\,V_\theta\right)_{\text{in}}$$

Buckingham Π-theorem:

If an equation involving k variables is dimensionally homogeneous, it can be reduced to a relationship among $k-r$ independent dimensionless products, where r is the minimum number of reference dimensions required to describe the variables.

Criteria for the repeating variables:

1. The number of repeating variables is equal to the number of reference dimensions.
2. All the required reference dimensions must be included within the group of repeating variables.
3. Each repeating variable must be dimensionally independent of the others.

Moody chart and basic potential functions are at the end of the exam

Colebrook formula:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \begin{cases} -2.0\,\log_{10}\left[\dfrac{\varepsilon/D}{3.7} + \dfrac{2.51}{\mathrm{Re}_D}\left(\dfrac{1}{\sqrt{f}}\right)\right], & \text{implicit form} \\ -1.8\,\log_{10}\left[\left(\dfrac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11} + \dfrac{6.9}{\mathrm{Re}_D}\right], & \text{explicit form} \end{cases}$$

Material derivative:

$$\frac{\mathrm{D}\varrho}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\varrho = \frac{\partial \varrho}{\partial t} + u\,\frac{\partial \varrho}{\partial x} + v\,\frac{\partial \varrho}{\partial y} + w\,\frac{\partial \varrho}{\partial z}$$

Continuity equation:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{V}} \varrho\,\mathrm{d}\mathcal{V} + \int_A \varrho\,\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A = 0$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\varrho\vec{V}\right) = \frac{\mathrm{D}\varrho}{\mathrm{D}t} + \varrho\left(\nabla\cdot\vec{V}\right) = 0$$

Navier-Stokes equations: (gravity acts in negative z-direction)

$$\varrho\,\frac{\mathrm{D}u}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\varrho\,\frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

$$\varrho\,\frac{\mathrm{D}w}{\mathrm{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \varrho\,\mathrm{g}$$

Viscous stress for a newtonian fluid: (expressed in *cartesian index notation*)

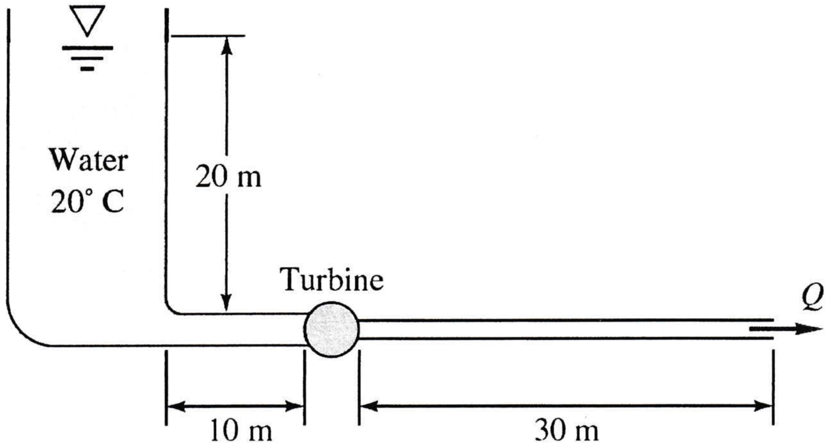
$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + \delta_{ij}\,\lambda\,\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

Tehtävä 1. [6 pts.]

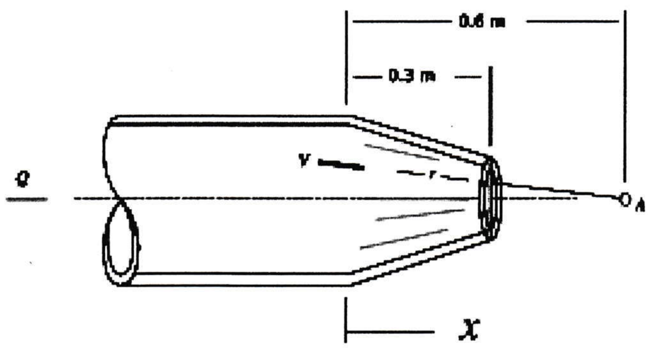
Kuvan 1 mukainen pieni turbiini tuottaa 0.4 kW tehon, kun virtaavan veden tiheys on $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$ ja kinemaattinen viskositeetti $\nu = 1.12\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$. Turbiiniin yhdistetyt putket on tehty takoraudasta, jolle pinnan karheus on $\epsilon = 0.05\,\mathrm{mm}$. Laske läpi virtaava tilavuusvirta Q.

Pipe #1: $L_1 = 10\,\mathrm{m}$, $D_1 = 8\,\mathrm{cm}$

Pipe #2: $L_2 = 30\,\mathrm{m}$, $D_2 = 5\,\mathrm{cm}$



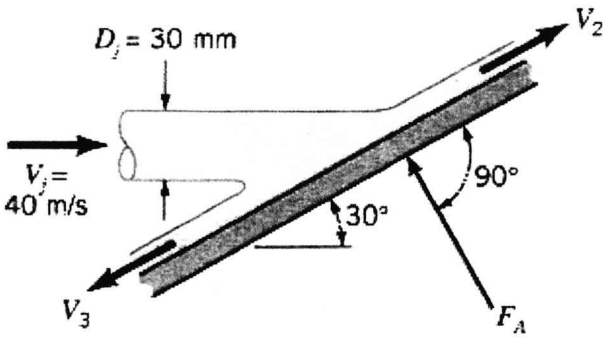
Kuva 1: Turbiini ja putkisto (Tehtävä 1.)



Kuva 2: Tehtävän 2 suutin.

Tehtävä 2. [6 pts.]

Kartion muotoisen suuttimen (kuva. 2) sisällä virtaviivat ovat radiaalisessa suunnassa pisteestä A lähteviä säteitä ja virtausnopeus on likimain $V = C/r^2$, missä C on vakio. Keskilinjalla ennen suutinta virtausnopeus on 2 m/s. Määritä virtauksen kiihtyvyys suuttimessa pitkin keskilinjaa x:n funktiona. Laske kiihtyvyyden arvo kohdissa $x = 0$ m ja $x = 0{,}3$ m. (Ohje: Käytä materiaaliderivaattaa).



Kuva 3: Vinoon levyyn iskeytyvä ilmasuihku (Tehtävä 3.).

Tehtävä 3. [6 p.]

Ilmasuihku, jonka tilavuusvirta on 0,03 m^3/s osuu tasolevyyn kuvan 3 mukaisesti. Suihkun nopeus on 40 m/s. Oletetaan, että virtausnopeuden itseisarvo pysyy vakiona siirryttäessä suihkusta levyn pinnalle ja pitkin levyn pintaa. Määritä:

a) Tukivoiman F_A suuruus, kun se pitää levyn paikallaan. Tukivoiman suunta on kuvan mukainen eli kohtisuorassa levyä vastaan.

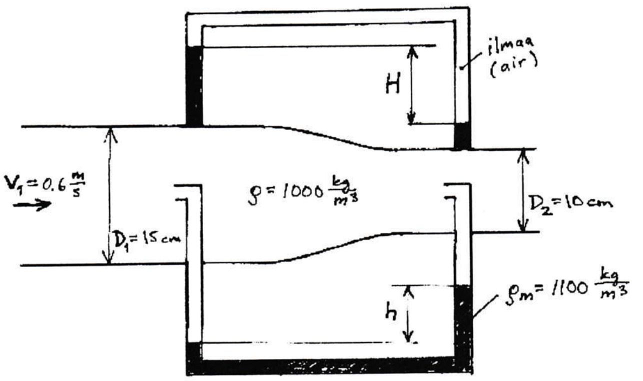
b) Ylös- ja alaspäin levyllä kääntyvä massavirta.

c) Tukivoiman F_A suuruus, kun levy liikkuu oikealle vakionopeudella 10 m/s. Samoin kun edellisissä kohdissa oleta, että suhteessa maahan virtausnopeuden itseisarvo säilyy vakiona siirryttäessä suihkusta levyn pinnalle ja levyn pintaa pitkin.

Tehtävä 4. [6 pts.]

Kuvassa (4) kaventuvaan putkeen on kytketty kaksi Pitot -putkea ja kaksi pietsometriä. Virtaava aine on vettä. Häviöitä ei huomioida. Määritä manometrien lukemat h ja H. Alemman manometrin nesteen tiheys on 1100 kg/m^3.

Mitä häviöitä kuvan virtauksessa voi esiintyä? Mihin suuntaan manometrien lukemat muuttuisivat, jos virtaushäviöitä otettaisiin huomioon (lukuarvoa ei tarvitse laskea)? Perustele vastauksesi.



Kuva 4: Virtaus kapenevassa putkessa (Tehtävä 4.).