

Tehtävä 3

Tarkastellaan systeemiä $\dot{x} = x + u$, $x(0) = 5$. Määrää optimiohjaus ja tilan optimitrajektorin, kun maksimoidaan kriteeriä

$$J(u) = \int_0^2 (2x - 3u - u^2) dt$$

ja $x(2)$ on vapaa.

Tehtävä 4

Hetkellä $t = 0$ yksikkömassa on levossa paikassa $z = 0$. Massa on kitkattomalla pinnalla. Tavoitteena on siirtää massaa pintaa pitkin niin että se on taas samassa paikassa $z = 0$ hetkellä $t = T$ mutta niin että sillä on nopeus $\dot{z} = 1$. Siirtämiseen käytetään voimaa $u(t)$ joka on rajoitettu $-1 \leq u(t) \leq 1$. Tilannetta siis kuvaa Newtonin toinen laki:

$$\ddot{z}(t) = u(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

päätepiste-ehdoilla $z(0) = 0$, $\dot{z}(0) = 0$, $z(T) = 0$, ja $\dot{z}(T) = 1$.

Etsi se ohjaus $u(t)$ joka minimoi loppuajan T ,

$$T = \int_0^T dt.$$

Etsi myös minimiaika T^* .

Vihje: systeemin tilamuuttuja on $x = [x_1, x_2]'$, jossa $x_1 = z$ ja $x_2 = \dot{z}$.

Tehtävä 5

Millä $x(t)$ funktionaali

$$\int_0^\infty e^{-rt} [x^2 + 2x + \dot{x}^2] dt$$

saavuttaa suurimman arvonsa, kun $x(0) = 1$?