

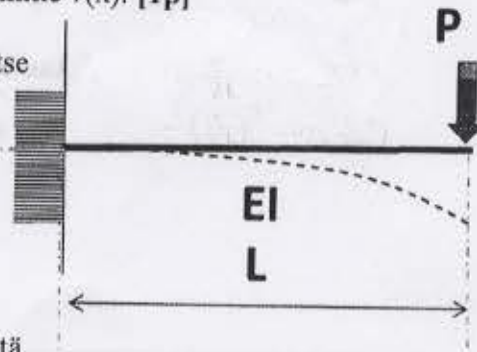
1. Kokonaispotentiaalienergian minimin periaate (Rayleigh-Ritz):

Tarkastellaan tasossa oleva kimmoinen ulokepalkki.

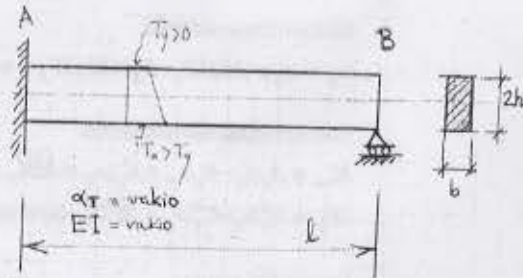
a) Valitse kinemaattisesti luovallinen approksimaatio siirtymille $v(x)$. [1p]
(Huom! tarkka ratkaisu ei kelpaa yrittäessä tässä tehtävässä). Leikkausmuodonmuutosten osuutta ei tarvitse huomioida

b) Määritä palkin taipuman ja taivutusmomentin likimääräiset lausekkeet kokonaispotentiaalienergian minimin periaatteella käyttämällä valitsemaasi siirtymän approksimaatiota. [3p]

c) Laske ulokkeen pään tarkan taipuman arvo ja vertaile sitä likimääräiseen saamaasi ratkaisuun. [1p]



2. Oheisen tasopalkin palkin materiaali on isotrooppinen, homogeeninen ja elastinen. Taivutusjäykkyys $EI = \text{vakio}$, materiaalin lämpölaajenemiskerroin $\alpha_T = \text{vakio}$ yksiköt [1/K]. Palkin alkulämpötila on tasainen ja yhtä kuin T_0 koko palkissa. Palkin alapinta lämpiää koko pituudellaan lämpötilaan $T_a > T_0$ ja sen yläpinta lämpötilaan T_y . Tasapainolämpötilassa lämpötilan jakautuma palkin pystysuorassa leikkauksessa on lineaarinen.

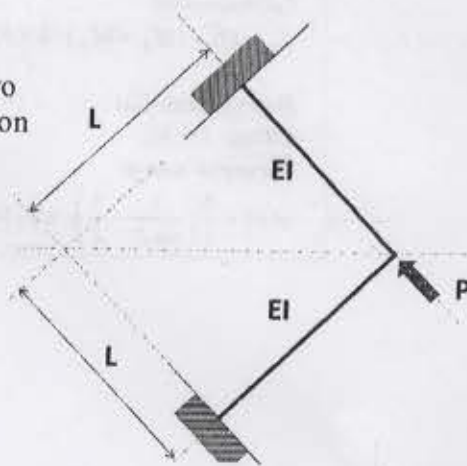


a) Määritä ja piirrä taivutusmomentin sekä leikkausvoiman jakaumat. [4p]

b) Mikä on tukireaktion R_B arvo tuella B? [1p]

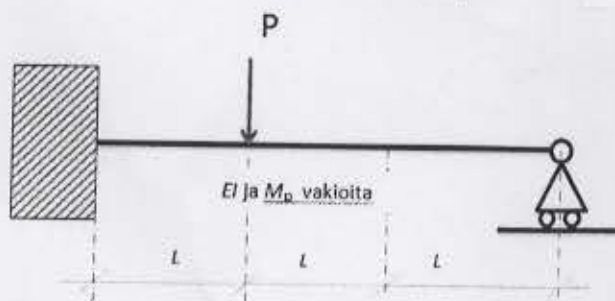
3. Määritä oheisen lineaarisesti elastisen kehän kuorman P_{kr} arvo nurjahduksen suhteen (menetelmä on vapaa). Kehän nurkka on suorakulma. Tuet ovat momenttijäykkiä.

Tulokseksi riittää johtaa eksplisiittisen ehdon tai yhtälön josta pystyy määrittämään yksikäsitteisesti P_{cr} [4p]. Hahmota nurjahdusmuoto. [1p]



4. a) Määritä oheisen taso palkin plastinen rajakuorma käyttäen kinemaattista lausetta [3p]. Materiaali on elastinen ideaaliplastista. Poikkileikkauksen täysplastinen momentti M_p on vakio. Mikä on murtomekanismi? [1p].

b) Tarkista, ettei myötöehtoa rikota missään konstruoimalla tasapainoehdot toteuttava taivutusmomenttijakauma [1p].



Kulmanmuutosmenetelmä

$$M_y = a_y \varphi_y + b_y \varphi_j - c_y \psi_y + MK_y$$

$$M_y = a_y^0 \varphi_y - c_y^0 \psi_y + MK_y^0 \quad (\text{sauvan päässä } j \text{ on nivel})$$

Sauvavakiot ($EI = \text{vakio}$):

$$a_y = \frac{4EI}{L}, \quad b_y = a_y / 2 = \frac{2EI}{L}, \quad c_y = \frac{6EI}{L}, \quad a_y^0 = b_y^0 = \frac{3EI}{L}$$

Puristettu ja taivutettu sauva:

Momenttimenetelmä

$$\varphi_y = \alpha_y \psi + (kL) M_y - \beta_y \psi(kL) M_j + \psi_y + \bar{\alpha}_y^0(kL), \quad k^2 \equiv P/EI$$

Kulmanmuutosmenetelmä

$$M_y = A_y \varphi_y + B_y \varphi_j - C_y \psi_y + \overline{MK}_y$$

$$M_y = A_y^0 \varphi_y - C_y^0 \psi_y + \overline{MK}_y^0 \quad (\text{sauvan päässä } j \text{ on nivel})$$

Tasajännitte saava:

$$A_y = A_j = \frac{2\psi(kL)}{4\psi^2(kL) - \phi^2(kL)} \frac{6EI}{L}, \quad B_y = B_j = \frac{\phi(kL)}{4\psi^2(kL) - \phi^2(kL)} \frac{6EI}{L} \quad \text{ja} \quad C_y = A_y + B_y$$

$$\overline{MK}_y = -A_y \bar{\alpha}_y^0 - B_j \bar{\alpha}_j^0, \quad \overline{MK}_j = -A_j \bar{\alpha}_y^0 - B_y \bar{\alpha}_y^0$$

$$A_y^0 = C_y^0 = \frac{1}{\psi(kL)} \frac{3EI}{L}, \quad \overline{MK}_y^0 = -A_y \bar{\alpha}_y^0$$

Leikkausvoima:

$$Q_y = Q_y^0 - (M_y + M_j) / L - N \psi_y \quad (N \text{ positiivinen, kun sauva puristettu})$$

Berryn funktiot:

Olkoon $\lambda \equiv kL$.

Puristettu sauva:

$$\phi(\lambda) = \frac{6}{\lambda} \left(\frac{1}{\sin \lambda} - \frac{1}{\lambda} \right), \quad \psi(\lambda) = \frac{3}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\tan \lambda} \right), \quad \text{ja} \quad \chi(\lambda) = \frac{24}{\lambda^2} \left(\tan \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \right)$$

