

Tentti, 1.9.2014

Tee korkeintaan 5 tehtävää.

1. Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia? Perustele vastauksesi.

Arvostelu: oikea vastaus 1p, oikea perustelu 1p, väärä vastaus -2p, tyhjä vastaus 0p.

a) Lineaarille optimointitehtävälle (LP) on aina olemassa joko täsmälleen yksi ratkaisu tai vaihtoehtoisesti tehtävällä ei ole ratkaisua.

b) On mahdollista formuloida optimointitehtävä, jolla on täsmälleen kaksi ratkaisua.

c) Tarkastellaan lineaarista optimointitehtävää (LP). Jos primaalitehtävän ratkaisu on rajoittamaton, niin duaalitehtävällä ei ole käypää ratkaisua.

2. Määrittele geometrinen duaalisuus tarkastelemalla pisteen etäisyyttä suljetusta konveksista joukosta. (6p)

3. Selitä lyhyesti mutta täsmällisesti seuraavat käsitteet.

a) Slack-muuttuja (1p)

b) Nashin tasapaino (1p)

c) Pareto-optimaalinen ratkaisu (1p)

d) Selkärepun täyttöongelma (1p)

e) Varjohinta (1p)

f) Lineaarisen optimointitehtävän käypä kantaratkaisu (1p)

4. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.e.} & 6x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

a) Ratkaise tehtävän LP-relaksaatio graafisesti. (1p)

b) Etsi Branch-and-Bound -menetelmää käyttäen tehtävälle ratkaisu. Ratkaise osatehtävät graafisesti. (3p)

c) Esitä ratkaisusi kulku puumuodossa ja perustele sen avulla, että löytämäsi ratkaisu todella on annetun tehtävän paras mahdollinen kokonaislukuratkaisu. (2p)

5. Käytä seuraavaan tehtävään taulukkomuotoista Simplex-menetelmää.

$$\begin{array}{llll} \max & 2x_1 + x_2 & & \\ \text{s.e.} & 2x_1 - x_2 & \leq & 6 \\ & x_1 + 2x_2 & \leq & 10 \\ & x_1 - x_2 & \geq & -3 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

a) Muuta lineaarinen tehtävä standardimuotoon. (1p)

b) Ratkaise LP-tehtävä Simplex-algoritmilla. (3p)

c) Hahmottele tehtävän käypä joukko sekä Simplex-algoritmin eteneminen. (2p)

6. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{llll} \min & z = (x - 5)^2 + (y - 4)^2 & & \\ \text{s.e.} & x^2 - 4x - y + 5 & \leq & 0 \\ & 2x + 3y - 12 & = & 0 \\ & -x & \leq & 0 \\ & y - 6 & \leq & 0 \\ & -2y + 3 & \leq & 0. \end{array}$$

a) Etsi optimointitehtävän ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion käyrät. (2p)

b) Etsi välttämättömät KKT-ehdot, ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (4p)