

**MS-C1300 Kompleksianalyysi**

Loppukoe 5.9.2014 klo 16.00-20.00

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kursikoodikohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT tai jos sinulla on jokin muu koodi merkitse se.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä muita apuvälineitä. Koeaika on 4 tuntia.

No Calculator or any other extra equipment is allowed. Exam time is 4 hours.

1. Ratkaise yhtälö  $z^5 = 1 + i$ , kun  $z \in \mathbb{C}$ .

Solve the equation  $z^5 = 1 + i$ , for  $z \in \mathbb{C}$ .

2. Olkoon funktio  $f$ ,  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , missä  $u(x, y) = 2x^2y$  ja  $v(x, y) = x^2 - y^2$ . Määrää ne kompleksitason pisteet, jossa funktio on a) derivoituva, b) analyyttinen. Määrää lisäksi funktion derivaatta niissä pisteissä, jossa se on olemassa.

Let  $f$  be a function, which is defined by  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , where  $u(x, y) = 2x^2y$  and  $v(x, y) = x^2 - y^2$ . Determine those points in the complex space where the function a) has a derivative, b) is analytic. Determine also the value of derivative on those points, where the function has it.

3. Laske polkuintegraali

$$\oint_C \left( 2z^{-1} + 5z^{-3} + \frac{1}{(z-2)^2} \right) dz,$$

missä  $C$  on polku, jonka määrää ympyrä  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| = 1\}$  kerran positiiviseen kiertosuuntaan (ts. vastapäivään) kierrettyinä.

Calculate the integral