

つさねん  
ふよふよ

がにがたんぐ  
とにまけら  
グイホトリ・イッモネン

はくたいたいむ  
さうさめまうさ  
ちかさなえ  
さいせうじゆう  
はくもゆう  
かたごやさか  
こんたう  
いざいさく  
もろすち  
ふじゆう  
まうらいさん  
ちる  
みだつち

Aalto-yliopisto  
Perustieteiden korkeakoulu  
Matematiikan laitos

Malmivuori

**MS-C1300 Kompleksianalyysi**

2. välikoe 3.9.2014 klo 16.30-19.30

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurs-  
sikoodikohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai väli-  
koe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF,  
KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT  
tai jos sinulla on jokin muu koodi merkitse se.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä muita apuvälineitä. Koeaika on 3  
tuntia.

No Calculator or any other extra equipment is allowed. Exam time is 3  
hours.

1. Laske polkuintegraali

$$2\pi i \left( \frac{1}{e} \right)$$

$$\oint_C \frac{e^z}{z^2 + z} dz,$$

missä  $C$  on polku, jonka määrää ympyrä  $\{z \in C \mid |z| = 2\}$  kerran posi-  
tiiviseen kiertosuuntaan (ts. vastapäivään) kierrettyä.

Calculate the integral

$$\oint_C \frac{e^z}{z^2 + z} dz,$$

where  $C$  is the path, which is defined by the circle  $\{z \in C \mid |z| = 2\}$  once  
into the positive direction (i.e. counterclockwise).

2. Etsi funktion  $f(z) = \frac{1}{z^2-1} + \frac{1}{z(z-1)}$ ;  $z_0 = 0$ ; Laurentin sarjaesitys, joka  
suppenee alueessa  $\{z \in C \mid 0 < |z| < 1\}$ .  $-\frac{1}{z} - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} z^n - \frac{1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n$

Find the Laurent series presentation for the function  $f(z) = \frac{1}{z^2-1} + \frac{1}{z(z-1)}$ ;  
 $z_0 = 0$ , which converges in the area  $\{z \in C \mid 0 < |z| < 1\}$ .

3. Määrää integraalin

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4+x^2} dx, \quad \frac{\pi}{2}$$