

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

1. Minkä kompleksitason joukon määrää yhtälö

$$|z - i| = |z - 1|?$$

Onko joukko

- (a) avoin?
- (b) suljettu?
- (c) rajoitettu?
- (d) polkuyhtenäinen?

2. Tutkitaan ehdon

$$z = x + iy \mapsto x^3 + 3xy^2 - x + i(y^3 + 3x^2y - y)$$

määräämää kompleksimuuttujan funktiota $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$. Määrää ne kompleksitason pisteet, joissa

- (a) Cauchy-Riemann-yhtälöt ovat voimassa,
- (b) f on derivoituva ja määrää derivaatta $f'(z)$,
- (c) f on analyyttinen.

3. Tutkitaan ehdon

$$z = x + iy \mapsto e^x \sin y$$

määräämää kompleksimuuttujan funktiota $u : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$

Määrää ne kompleksitason pisteet, joissa

- (a) u on harmoninen funktio,
- (b) löytyy analyyttinen funktio f siten, että pätee $\operatorname{Re} f = u$.
- (c) Määrää funktio f .